THEORETISCHE UNTERSUCHUNG VON ELEKTROSTATISCHEN DREI – ELEKTRODEN – FILTERLINSEN

Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines Doktors
der
Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik
der
Eberhard-Karls-Universität
zu Tübingen

vorgelegt von
Hans Peter Niemitz
aus
Prieweg

1980

1979

THEORETISCHE UNTERSUCHUNG VON ELEKTROSTATISCHEN DREI – ELEKTRODEN – FILTERLINSEN

Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines Doktors
der
Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik
der
Eberhard-Karls-Universität
zu Tübingen

vorgelegt von
Hans Peter Niemitz
aus
Prieweg

1980

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Dezember 1979

Dekan: Prof. Dr. W. Prandl

1. Berichterstatter: Prof. Dr. F. Lenz

2. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Möllenstedt

Abstract

Niemitz, Hans Peter

Theoretische Untersuchung von elektrostatischen
Drei-Elektroden-Filterlinsen

Filter- und Abbildungseigenschaften von elektrostatischen Filterlinsen mit drei Elektroden bei Betrieb im 2. Brechkraftmaximum wurden in Abhängigkeit von Elektrodenkonturen und -anordnung systematisch untersucht. Die Potentialverteilung wurde durch numerische Lösung der Laplace-Gleichung mittels Differenzenverfahren mit verschiedenen Maschenweiten nach der Methode der sukzessiven Überrelaxation berechnet. Die elektronenoptischen Eigenschaften wurden aus numerischen Lösungen der Bewegungsgleichung für nichtrelativistische Elektronen in elektrostatischen Feldern gewonnen. Es wird ein numerisch stabiles Verfahren zur Berechnung von Bildfehlerkoeffizienten höherer Ordnung angegeben. Als Gütekriterien für Filterlinsen werden Bildpunktzahl und abbildbarer Bereich bei gleichem Filterparameter, d. h. gleicher relativer Überschussenergie im Sattelpunkt eingeführt. Bildpunktzahl und abbildbarer Bereich werden direkt aus Lösungen der Bewegungsgleichung mit geeignet gewählten Anfangsbedingungen berechnet. Der Filterparameter, die Bildpunktzahl, der abbildbare Bereich und einige der Bildfehlerkoeffizienten werden in Abhängigkeit von den geometrischen Parametern der Elektrodenkonfiguration in Diagrammen und Tabellen dargestellt, aus denen sich die zur Konstruktion einer Filterlinse notwendigen Daten entnehmen lassen. Die Ergebnisse zeigen, dass in der Regel Konfigurationen mit hoher Bildpunktzahl bei gleichem Filterparameter einen kleinen abbildbaren Bereich haben, während umgekehrt Konfigurationen mit grossem abbildbaren Bereich geringere Bildpunktzahlen aufweisen. Für eine Reihe von Filterlinsen mit kompliziert gestalteten Elektroden wurde gezeigt, dass sie durch Linsen einfacherer Bauart mit äquivalenten Eigenschaften ersetzt werden können. Forderungen nach hoher Bildpunktzahl, grossem abbildbaren Bereich und kleinem Filterparameter lassen sich im allgemeinen nicht gleichzeitig erfüllen.

Inhalt

		Seite
1.	Einleitung	1
2.	Frühere Untersuchungen	3
3.	Berechnung der Potentialverteilung und der Feldstärke	4
3.1	Numerische Lösung der Laplace-Gleichung	4
3.2	Bestimmung der Feldstärke in den Maschenpunkten	7
3.3	Berechnung von Potential und Ableitungen in beliebigen Punkten	10
4.	Die Bahnberechnung	12
5.	Die elektrostatische Linse als Filterlinse	14
5.1	Definition der Kardinalelemente	15
5.2	Einschränkungen für Parameter von Filterlinsen	18
6.	Die Bildfehlerkoeffizienten	25
6.1	Berechnung der Koeffizienten	28
6.2	Abschätzung der Grössenordnungen	31
6.3	Die Verzeichnung	34
7.	Die Bildpunktzahl und der Radius des abbildbaren Bereichs als Gütekriterien	35
7.1	Initialisierung der einlaufenden Bündel	37
7.2	Berechnung des abbildbaren Bereichs und der Bildpunktzahl	38
8.	Systematische Untersuchung verschiedener Elektrodenkonfigurationen	41
8.1	Symmetrische Anordnungen von Elektroden mit rechteckigem Querschnitt	42

		Seite
8.2	Unsymmetrische Anordnungen mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt	48
8.3	Variation der Form der Mittelelektrode im Bohrungsbereich	51
8.4	Symmetrische Anordnungen mit T-förmiger Mittelelektrode	55
8.5	Abwandlungen der T-förmigen Mittelelektrode	62
8.6	Asymmetrische T-förmige Mittelelektroden	64
8.7	Variation der Kontur der Aussenelektroden bei symmetrischer Elektrodenanordnung	66
9.	Beispiele für Filterlinsen mit verschiedenen Anforderungen	67
9.1	Filterlinse für U_A = 60 kV	67
9.2	Filterlinse mit grossem abbildbaren Bereich	68
9.3	Filterlinse mit hoher Bildpunktzahl	68
9.4	Filterlinse mit mittlerem abbildbaren Bereich und Bildpunktzahl	69
	Zusammenfassung	70
	Literatur	72

1. Einleitung

Beim Durchgang durch Materie erleiden Elektronen neben elastischer Streuung oft Energieverluste durch inelastische Streuung. Besonders bei Objekten aus Atomen mit kleiner Ordnungszahl, wie z.B. biologischen Präparaten liegt die Intensität der zum Bild beitragenden inelastisch gestreuten Elektronen um Zehnerpotenzen höher als die der elastisch gestreuten Elektronen (v. Borries 1949; Lenz 1954; Schwertfeger 1974; Misell 1975; Egerton 1976). Der Kontrast im Transmissionselektronenmikroskop entsteht üblicherweise dadurch, dass die in grössere Streuwinkel elastisch gestreuten Elektronen mittels einer Kontrastblende abgefangen werden (" Streuabsorption "). Durch inelastisch gestreute Elektronen können Kontrast und Auflösung erheblich vermindert werden (Boersch 1949). Diese erreichen zwar wegen der überwiegend sehr kleinen Streuwinkel bei inelastischer Streuung das Bild, werden aber wegen des Farbfehlers der Objektivlinse nicht in einen scharfen Bildpunkt fokussiert, sondern in ein Farbfehlerscheibchen, dessen Radius zum Energieverlust und zur Objektivapertur proportional ist. Es nützt dabei wenig, die Objektivapertur durch Wahl einer kleineren Kontrastblende zu verringern. Für eine wirksame Ausblendung eines wesentlichen Teils der inelastisch gestreuten Elektronen müsste man die Kontrastblende nämlich so klein machen, dass die Beugung an dieser Blende ein Beugungsscheibchen von mit dem Farbfehlerscheibchen vergleichbarer Grössenordnung erzeugen würde.

Das Endbild kann als inkohärente Überlagerung einerseits einer von ungestreuten und elastisch gestreuten Elektronen herrührenden Intensitätsverteilung und andererseits einer Reihe von Intensitätsverteilungen inelastisch gestreuter Elektronen angesehen werden, deren Anzahl sich nach der Zahl der auftretenden Wellenlängen und somit nach dem Energieverlustspektrum richtet. Hierbei handelt es sich um diskrete, materialabhängige Verlustspektren (Ruthemann 1948; Marton, Leder 1954, 1955; Silcox 1978), deren Energieverluste von 5eV bis zu einigen 1000eV reichen. Da mit merklicher Intensität vorkommende Energieverluste

selten unter 5eV liegen, bietet eine elektrostatische Filterlinse (Möllenstedt und Rang 1951) eine Möglichkeit zur Beseitigung der inelastisch gestreuten Elektronen.

Die Filterlinse nimmt unter den elektrostatischen Linsen insofern eine Sonderstellung ein, als sie Elektronen aus einem Elektronenbündel, deren Energien sich um wenige eV unterscheiden, auch bei axialem Einfall derart zu trennen vermag, dass nur Elektronen ohne Energieverlust das Filter passieren können, während die übrigen zur Umkehr gezwungen werden. Elektronen haben auf Grund ihres Auslöseprozesses aus einer Kathode der Temperatur T eine endliche Energiebreite der Grössenordnung kT, d.h. meist einige Zehntel eV. Eine besondere Schwierigkeit entsteht somit dadurch, dass das Filter einerseits für Elektronen mit Energieverlusten von wenigen eV undurchlässig sein soll, andererseits aber mit Elektronen mit Energieunterschieden von einigen Zehntel eV ein möglichst scharfes und verzeichnungsfreies Bild mit grossem Gesichtsfeld zeichnen soll. Da die durch den zu erwartenden sehr grossen Öffnungs- und Farbfehler hervorgerufenen Aberrationen nur durch Einschränkung der Eingangsapertur herabgesetzt werden können, finden Filterlinsen nur als Projektivlinsen oder Zwischenlinsen Verwendung.

2. Frühere Untersuchungen

Auf die Möglichkeit der Filterung mit Hilfe eines elektrostatischen Gegenfeldes hat Boersch (1947) hingewiesen. Boersch (1948, 1949) und Beaufils (1959) erreichten die Filterwirkung durch eine Anordnung, in der die Elektronen gegen das Feld eines nahezu auf Kathodenpotential liegenden Netzes laufen. Das Netz bildet in erster Näherung eine Äquipotentialfläche , die für inelastisch gestreute Elektronen als reflektierende Potentialbarriere wirkt.

Möllenstedt und Rang (1951) benutzten stattdessen eine Einzellinse, deren Mittelelektrodenpotential so gewählt war, dass das Potential im Linsensattel fast Kathodenpotential erreichte. Weitere experimentelle Arbeiten findet man bei E. Hahn (1959, 1961). Simpson und Marton (1961) und Wilska (1970) verwendeten Filterlinsen mit 5 Elektroden. Systematische experimentelle Untersuchungen von Filterlinsen aus 3 bzw. 5 Elektroden mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt wurden von Stenzel (1970) veröffentlicht.
Theoretische Untersuchungen liegen von Schiekel (1952), Lippert und Pohlit (1952), Glaser und Schiske (1954), Lippert (1955), E. Hahn (1961, 1964), Lenz (1973) und Campbell (1967) vor.

Die vorliegende Arbeit stellt sich die Aufgabe, möglichst einfache, technisch leicht realisierbare Filterlinsen aus drei Elektroden auf ihre Filter- und Abbildungseigenschaften in Abhängigkeit von ihren geometrischen Parametern systematisch zu untersuchen.

3. Berechnung der Potentialverteilung und der Feldstärke

Die räumliche Potentialverteilung einer elektrostatischen Anordnung ist durch die Form und die Potentiale der Elektroden vollständig bestimmt. Man erhält die Potentialfunktion ϕ als Lösung der Laplace-Gleichung

(3-1) $$\Delta \phi = 0$$

bei Vorgabe des Potentials auf einem geschlossenen Rand (Dirichlet-Randbedingung). Da hier nur rotationssymmetrische Anordnungen betrachtet werden, schreibt man die rotationssymmetrische Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten :

(3-2) $$\Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Für ein Problem mit vorgegebener Berandung gelingt eine analytische Lösung im allgemeinen nicht, sodass auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden muss.

3.1 Numerische Lösung der Laplace-Gleichung

Zur numerischen Lösung bieten sich die Methode der finiten Elemente (Munro 1973; Norrie, de Vries 1973; Stoer, Bulirsch 1973) und die Methode der finiten Differenzen (Weber 1967) an. In beiden Fällen erhält man die Werte der Lösungsfunktion nur in einer endlichen Anzahl von Punkten des Lösungsgebietes. Wegen des viel geringeren Kernspeicherbedarfs im Computer und der einfacheren Berechnung der Feldstärkekomponenten aus den Potentialwerten wurde die Methode der finiten Differenzen verwendet. Hierbei wird ein quadratisches Maschennetz der Maschenweite h über das Lösungsgebiet gelegt und in jedem Maschenpunkt die Differentialgleichung durch eine Differenzengleichung ersetzt. So erhält man Gleichungen, die die Funktionswerte in

benachbarten Punkten miteinander verknüpfen. Man macht dabei einen Diskretisierungsfehler, der von dem Verhältnis der Maschenweite h zur Ausdehnung des Randes abhängt. Da die Bohrungen in den Elektroden von Filterlinsen im Vergleich zu den übrigen Abmessungen klein sind, werden im Bohrungsbereich Maschennetze geringerer Maschenweite benutzt, die sich mit dem groben Netz überlappen (vgl. Abb. 1).

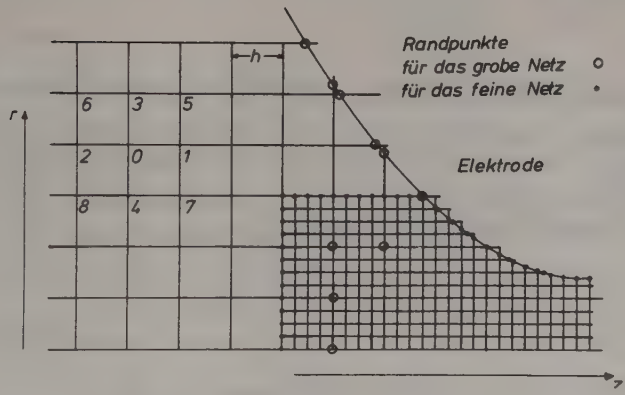

Abb. 1 Überlappungsbereich von Maschennetzen und Veranschaulichung der Indizierung in den Maschenformeln.

Auf diese Weise lässt sich der Diskretisierungsfehler auch in den Bohrungen klein halten, ohne dass gleichzeitig die Gesamtzahl der Maschenpunkte zu gross wird. Die fehlenden Randwerte für das feine Netz erhält man durch Interpolation zwischen den Maschenpunkten des groben Netzes.

Für den Potentialwert in einem regulären Punkt (Abb. 1) gilt (Kasper 1974)

$$\phi_o = \frac{1}{4}\left[\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4\right] + \frac{h}{8r_o}\left[\phi_3 - \phi_4\right] + \mathcal{O}(h^4) \qquad (3\text{-}3)$$

und für einen Punkt auf der Achse ($r_o = 0$)

$$\phi_o = \frac{1}{6}\left[\phi_1 + \phi_2 + 4\phi_3\right] + \mathcal{O}(h^4) \quad . \qquad (3\text{-}4)$$

Liegt der Punkt 0 in der Nähe des Randes, sind die Abstände h_i ($i = 1,..,$ von seinen Nachbarpunkten im allgemeinen nicht gleich und es gilt:

$$(3\text{-}5)\quad \phi_o = \frac{2}{s}\left[\frac{1}{h_1+h_2}\left(\frac{\phi_1}{h_1}+\frac{\phi_2}{h_2}\right)+\frac{1}{h_3+h_4}\left(\frac{\phi_3}{h_3}+\frac{\phi_4}{h_4}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2r_o(h_3+h_4)}\left(\frac{h_4}{h_3}\phi_3-\frac{h_3}{h_4}\phi_4\right)\right]+\mathcal{O}(h^3)$$

$$\text{mit}\quad s=\frac{2}{h_1h_2}+\frac{2r_o+h_4-h_3}{r_oh_3h_4}$$

Zur Erhöhung der Genauigkeit wurde noch eine 9-Punkte-Formel mit einem Diskretisierungsfehler der Ordnung h^6 (Kasper 1976) verwendet. Für $r_o \neq 0$ gilt

$$(3\text{-}6)\quad \phi_o = C_+(r_o)\left[2(\phi_1+\phi_2)+\phi_5+\phi_6+4\phi_3\right]$$
$$+C_-(r_o)\left[2(\phi_1+\phi_2)+\phi_7+\phi_8+4\phi_4\right]$$
$$+C_o(r_o)\left[\phi_3+\phi_4-\phi_1-\phi_2\right]+\mathcal{O}(h^6)$$

mit

$$C_\pm(r)=\frac{1}{20}\left[1\pm\frac{h}{2r}+\frac{h^2}{24r^2}\pm\frac{h^3}{12r^3}\right]/\left(1+\frac{h^2}{24r^2}\right)$$

$$C_o(r)=-h^2/\left[80r^2\left(1+\frac{h^2}{24r^2}\right)\right]\ .$$

Für $r_0 = 0$ gilt

$$(3\text{-}7)\quad \phi_o=\frac{5}{58}(\phi_1+\phi_2)+\frac{7}{58}(\phi_5+\phi_6)+\frac{17}{29}\phi_3+\mathcal{O}(h^6)\ .$$

Nach Numerierung aller inneren Maschenpunkte $i = 1,\ldots,N$ erhält man mit den Gleichungen (3-3) bis (3-7) ein lineares Gleichungssystem der Form

$$(3\text{-}8)\qquad \phi_i=\sum_{k=1}^{N}A_{ik}\phi_k+b_i \qquad i=1,\ldots,N\ ,$$

welches iterativ unter Verwendung der Methode der sukzessiven Überrelaxation (SOR) (Carré 1961; Kasper 1979) zur Konvergenz-

beschleunigung gelöst wird. Die b_i enthalten dabei die Potentialwerte der auf dem Rand des Lösungsgebiets liegenden Punkte. Die Iteration wird abgebrochen, wenn die Bedingung

$$\max_{1 \leq i \leq N} \left| \phi_i^{(l)} - \phi_i^{(l-1)} \right| < 10^{-9} \left| \phi_{max} \right|$$

erfüllt ist. Dabei ist $\phi_i^{(l)}$ der in der l-ten Iterationsschleife erhaltene Näherungswert für das Potential ϕ_i im i-ten Maschenpunkt.

3.2 Bestimmung der Feldstärke in den Maschenpunkten.

Da die Elektronen in der Umgebung des Potentialsattels sehr langsam werden, benötigt man dort die partiellen Ableitungen $\partial\phi/\partial z$ und $\partial\phi/\partial r$ für die Bahnberechnung mit grosser Genauigkeit. Diese werden zunächst in den Maschenpunkten mit

$$(3\text{-}9) \quad \frac{df}{dx}(x_o) = f'(x_o) = \left[- f(x_o - 3h) + 9(f(x_o - 2h) - f(x_o + 2h)) + 45\,(f(x_o + h) - f(x_o - h)) + f(x_o + 3h) \right] / 60h$$

unter Verwendung der Potentialwerte in den Nachbarpunkten berechnet. Für Punkte in der Nähe von Rändern, bei denen für (3-9) auf einer Seite nicht genügend Maschenpunkte zur Verfügung stehen, wurden folgende Differentiationsformeln benutzt :

$$f'(x_o + h) = \left[f(x_o - 3h) - 8f(x_o - 2h) + 30f(x_o - h) - 80f(x_o) + 35f(x_o + h) + 24f(x_o + 2h) - 2f(x_o + 3h) \right] / 60h$$

$$(3\text{-}10) \quad f'(x_o) = \left[f(x_o - 2h) + 8\,(f(x_o + h) - f(x_o - h)) - f(x_o + 2h) \right] / 12h$$

$$f'(x_o + h) = \left[- f(x_o - 2h) + 6f(x_o - h) - 18f(x_o) + 10f(x_o + h) + f(x_o + 2h) \right] / 12h$$

Um solche Differentiationsformeln auch in der Nähe der Elektrodenoberflächen verwenden zu können, wurde das Potentialfeld durch Extrapolation mittels Polynomen 3. Grades längs Maschenlinien z = const.

oder r = const. in das Gebiet jenseits der Berandung , also ins Elektrodeninnere analytisch fortgesetzt, so dass auch dort in den Maschenpunkten Potentialwerte definiert wurden. Die Koeffizienten dieser Polynome wurden so gewählt, dass sie das Potential in drei Maschenpunkten diesseits der Berandung und auf dem Rand selbst richtig beschreiben. Bei diesem Näherungsverfahren tritt zwar ein Verlust an Genauigkeit bei der Berechnung von Elektronenbahnen auf, die der Elektrodenoberfläche sehr nahe kommen. Solche Bahnen müssen aber, wie in Kap. 5 dargelegt wird, ohnehin aus dem Strahlengang ausgeblendet werden.

Im Übergangsgebiet zwischen zwei Netzen verschiedener Maschenweite werden wegen des Fehlens einer ausreichenden Zahl von äquidistanten Nachbarpunkten besondere Interpolations- und Differentiationsverfahren benötigt. Dort werden kubische Splinefunktionen (Böhmer 1974) verwandt, die sich für Interpolation und Differentiation mit nicht äquidistanten Stützstellen (Maschenpunkten) eignen und gewährleisten , dass nicht nur das Potential, sondern auch seine ersten partiellen Ableitungen auch an der Grenze zwischen zwei Maschen stetig sind. Diese Splinefunktionen sind in jedem Intervall zwischen zwei benachbarten Stützstellen Polynome 3. Grades und sind auch an den Stützstellen zweimal stetig differenzierbar. Ihre Koeffizienten können aus folgendem Extremalprinzip hergeleitet werden : Die zweimal stetig differenzierbare Splinefunktion f(x) (hier steht wie in (3-9) und (3-10) f für das Potential ϕ und x entweder für die r - oder z -Koordinate) soll in n gegebenen Stützstellen x_i (i = 1, .. , n) die vorgegebenen Werte $f_i = f(x_i)$ annehmen und

das Integral $$\int_{x_1}^{x_n} (f''(x))^2 \, dx$$

zu einem Minimum machen. Die Lösung wird dadurch eindeutig, dass man fordert, dass an den Stellen $x = x_1$ und $x = x_n$ auch die Ableitung $f'(x)$ die dort vorgegebenen Werte annimmt.

Die Bestimmung der Splinefunktionen für gegebene Stützstellen ist bei Böhmer (1974) oder Stoer und Bulirsch (1972) ausführlich beschrieben. Man erhält einen Satz von Koeffizienten a_{ik} $i = 1, \ldots, n-1$ $k = 0, \ldots, 3$ und damit die Splinefunktion

$$(3\text{-}11) \qquad f(x) = g_i(x) \qquad \text{für} \quad x \in [x_i , x_{i+1}]$$

$$\text{mit} \qquad g_i(x) = \sum_{k=0}^{3} a_{ik} (x - x_i)^k \ ,$$

welche sich in einfacher Weise differenzieren lässt.

3.3 Berechnung von Potential und Ableitungen in beliebigen Punkten.

Zur Berechnung von Elektronenbahnen und Äquipotentiallinien benötigt man das Potential ϕ und seine partiellen Ableitungen $\partial\phi/\partial z$ bzw. $\partial\phi/\partial r$ in einem beliebigen Punkt P(x, y, z) im Lösungsgebiet. Da Potential und Feldstärkekomponenten nach (3. 2) in den Maschenpunkten bekannt sind, können sie mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ durch Interpolation in 16 Maschenpunkten nach Abb. 2 gewonnen werden.

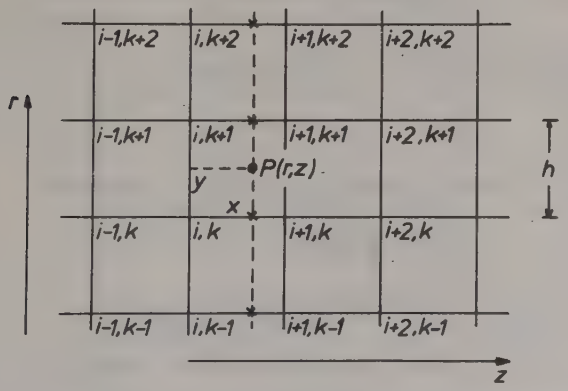

Abb. 2 Indizierung für die Interpolation ausserhalb der Achse.

Die Koordinaten r und z des Punktes P lassen sich im Gitter darstellen als

$z = i \cdot h + x \quad ; \quad r = k \cdot h + y \qquad \text{mit} \quad 0 \leq x < h \,, \quad 0 \leq y < h \,.$

Durch 4 Lagrangeinterpolationen in x mit 4 äquidistanten Stützstellen

$$(3\text{-}12) \qquad g_l(z) = \frac{1}{6h^3}\left[- g_{i-1,l} + 3(g_{i,l} - g_{i+1,l}) + g_{i+2,l} \right] x^3$$

$$+ \frac{1}{2h^2}\left[g_{i-1,l} - 2g_{i,l} + g_{i+1,l} \right] x^2$$

$$+ \frac{1}{6h}\left[- 2g_{i-1,l} - 3g_{i,l} + 6g_{i+1,l} - g_{i+2,l} \right] x + g_{i,l}$$

$$l = k-1, \ldots, k+2$$

und eine weitere Interpolation in y in den so gefundenen Stützstellen $g_l(z)$ erhält man den gesuchten Funktionswert

$$(3\text{-}13) \quad g(r,z) = \frac{1}{6h^3}\left[- g_{k-1} + 3(g_k - g_{k+1}) + g_{k+2} \right] y^3$$

$$+ \frac{1}{2h^2}\left[g_{k-1} - 2g_k + g_{k+1} \right] y^2$$

$$+ \frac{1}{6h}\left[- 2g_{k-1} - 3g_k + 6g_{k+1} - g_{k+2} \right] y + g_k$$

wobei für g ϕ, $\partial\phi/\partial z$ bzw. $\partial\phi/\partial r$ zu setzen ist.

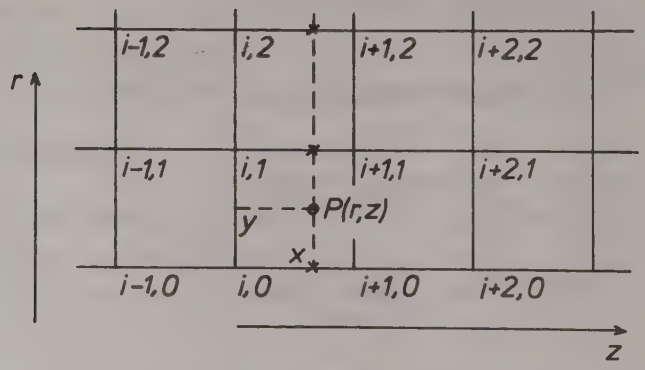

Abb. 3 Interpolation in der Nähe der Achse.

Für $|r| < h$ $(k = 0)$ wurde (3-12) für $l = 0, 1, 2$ angewendet und dann unter Ausnutzung der Symmetrie von $\phi(r,z)$ und $\partial\phi/\partial z$ bezüglich der Achse mit

$$(3\text{-}14) \qquad g(r,z) = \frac{1}{12h^4}\left[3g_0 - 4g_1 + g_2\right] y^4 + \frac{1}{12h^2}\left[-15g_0 + 16g_1 - g_2\right] y^2 + g_0$$

in y interpoliert. Für $\partial\phi/\partial r$ besteht bezüglich der Achse Antisymmetrie und man erhält

$$(3\text{-}15) \qquad g(r,z) = \frac{1}{6h^3}\left[g_2 - 2g_1\right] y^3 + \frac{1}{6h}\left[-g_2 + 8g_1\right] y \quad .$$

An den Übergangsstellen vom groben zu feinen Gittern wurden Potential und partielle Ableitungen mittels der Splinefunktionen (3-11) interpoliert.

4. Die Bahnberechnung

Für die Untersuchung von Filterlinsen erscheinen Näherungen von der Art der paraxialen Bahngleichung ungeeignet, bei denen Reihenentwicklungen nach Potenzen der radialen Bahnkoordinate und ihrer Ableitung nach wenigen Gliedern abgebrochen werden. Elektronen, die noch zur Abbildung oder zur Beschreibung von Linseneigenschaften beitragen, können nämlich in der Nähe des Potentialsattels den paraxialen Feldbereich verlassen und dabei grosse Bahnneigungen erreichen. Daher wurde zur Beschreibung der Bewegung der Elektronen im elektrostatischen Feld die Lorentzsche Bewegungsgleichung verwendet:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{\vec{r}}) = e \operatorname{grad}\phi \tag{4-1}$$

Relativistische Effekte wurden vernachlässigt, da die in elektrostatischen Filterlinsen vorkommenden Werte der kinetischen Energie der Elektronen hinreichend klein gegen ihre Ruhenergie von 511keV sind:

$$m_o\ddot{\vec{r}} = e \operatorname{grad}\phi \tag{4-2}$$

Um sich von unnötigen Konstanten zu befreien, führt man zweckmässig anstelle der Zeit einen Parameter

$$\tau = \sqrt{\frac{e}{m_o}} \cdot t \tag{4-3}$$

ein. (4-2) wird dann zu

$$\frac{d^2\vec{r}}{d\tau^2} = \operatorname{grad}\phi \tag{4-4}$$

Durch Integration folgt aus (4-4) für zeitlich konstante Felder $\phi(\vec{r})$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{d\tau}\right)^2 = 2\left(\phi + \frac{E_q}{e}\right) \tag{4-5}$$

Dabei ist das Potential ϕ so normiert, dass es auf der Kathode verschwindet, und E_q ist der Anfangswert der kinetischen Energie, mit der ein Elektron aus der Kathodenoberfläche austritt.

Die Anfangswerte für $\left|\frac{d\vec{r}}{d\tau}\right|$ für ein Elektron der Anfangsenergie E_q, das im Objekt durch inelastische Streuung den Energieverlust E_v erlitten hat, beim Eintritt in die Filterlinse erhält man dann zu

$$(4\text{-}6) \qquad \left|\frac{d\vec{r}}{d\tau}\right|_o = \sqrt{2\left(\phi + \frac{E_q - E_v}{e}\right)} \quad .$$

Für Elektronen, die die Kathode mit der Energie Null verlassen und im Objekt keine Energie verloren haben, gilt $E_q = 0$ und $E_v = 0$.

Zur Mitberücksichtigung von Elektronen mit Drehimpuls um die optische Achse ist die Berechnung in kartesischen Koordinaten am günstigsten. Nach Umwandlung von (4-4) in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung

$$\frac{d\vec{r}}{d\tau} = \vec{w}$$

$$(4\text{-}7) \qquad \frac{d\vec{w}}{d\tau} = \text{grad}\,\phi\,(r,z)$$

mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

wurde (4-7) numerisch mittels Hammings modifiziertem Prediktor-Korrektor-Verfahren (Ralston, Wilf 1972), einem Mehrschrittverfahren mit genauigkeitsabhängiger Schrittweitensteuerung und einem Abbruchsfehler proportional zur 6. Potenz der Schrittweite h, gelöst. Mit der Lösung ($x(\tau), y(\tau), z(\tau)$) ist auch ($x(z), y(z)$) bekannt. Bezeichnet man mit t_e den Zeitpunkt, zu dem ein Elektron eine im feldfreien Raum hinter der Filterlinse liegende Ebene z_e erreicht, gilt für die Ausfallsasymptote :

$$\tau_e = \sqrt{\frac{e}{m_o}} \cdot t_e \qquad ; \qquad z_e = z(\tau_e)$$

$$(4\text{-}8) \qquad x(z) = \frac{dx}{d\tau}(\tau_e) \,/\, \frac{dz}{d\tau}(\tau_e)\,(z - z_e) + x(z_e)$$

$$y(z) = \frac{dy}{d\tau}(\tau_e) \,/\, \frac{dz}{d\tau}(\tau_e)\,(z - z_e) + y(z_e)$$

Damit ist der geometrische Verlauf der Bahn überall bekannt.

5. Die elektrostatische Linse als Filterlinse

Die räumliche Potentialverteilung einer elektrostatischen Linse aus drei koaxialen rotationssymmetrischen Elektroden mit dem Potential U_A auf den beiden äusseren Elektroden und $U_M < U_A$ auf der Mittelelektrode lässt sich darstellen als

$$(5\text{-}1) \qquad \Phi(\vec{r}) = U_M + (U_A - U_M)\, f(\vec{r})$$

mit den Randbedingungen

$$f(\vec{r}^{\,1}_A(s)) = f(\vec{r}^{\,2}_A(s)) = 1 \quad \text{und} \quad f(\vec{r}_M(s)) = 0 .$$

$\vec{r}^{\,1}_A(s)$, $\vec{r}^{\,2}_A(s)$ und $\vec{r}_M(s)$ sind dabei Parameterdarstellungen der Meridionalschnitte der Elektroden mit einem beliebigen Parameter s. Das Potential ist so normiert, dass es auf der Kathode verschwindet. Für die Feldstärke gilt dann

$$(5\text{-}2) \qquad \vec{E} = -\text{grad}\,\Phi = -(U_A - U_M)\,\text{grad}\, f(\vec{r}) .$$

Die Funktion $f(\vec{r}) = f(r, z)$ hängt nur von der Form der Elektroden ab. Abb. 4 zeigt den für Filterlinsen typischen Verlauf des reduzierten Achsenpotentials $f(z) := f(0, z)$ für eine bezüglich der Mittelelektrode symmetrische ($\Gamma = 0$) und mehrere unsymmetrische Anordnungen ($\Gamma \neq 0$) aus drei dicken Lochblenden.

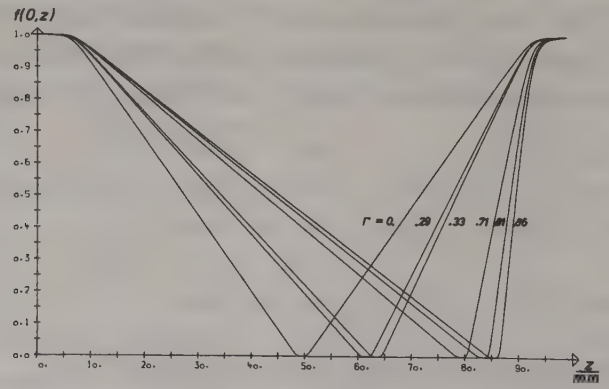

Abb. 4 Achsenpotential von Filterlinsen bei unterschiedlicher Symmetrie (wegen der Definition des Asymmetrie-Parameters Γ s. Kap. 8)

Die Funktion f(z) auf der Achse hat ein Minimum $\gamma > 0$, dessen Ort und Betrag für die Geometrie einer Anordnung charakteristisch sind. Das Potential (5-1) hat an dieser Stelle einen Sattelpunkt.
Für das Sattelpunktspotential ϕ_s gilt :

(5-3) $$\phi_s := U_M + (U_A - U_M)\gamma$$

Damit ein längs der Achse einfallendes Elektron die Filterlinse passieren kann, muss seine Energie im Sattelpunkt $e\phi_s + E_q - E_v > 0$ sein.
ϕ_s wird auch Filterspannung genannt.
Ein charakteristischer Parameter für die Filtereigenschaften einer elektrostatischen Linse ist bei gegebener Elektrodenkonfiguration das Verhältnis U_M/U_A oder besser der Filterparameter

(5-4) $$\eta := \phi_s/U_A = \gamma + (1 - \gamma)\frac{U_M}{U_A}$$

d.h. die relative Überschussenergie im Sattelpunkt.
Das Potential der Mittelelektrode ergibt sich mit (5-3) und (5-4) zu

(5-5) $$U_M = \frac{\eta - \gamma}{1 - \gamma} U_A$$

5.1 Definition der Kardinalelemente

Bezeichnet man mit $\psi(z) := \phi(0, z)$ den Potentialverlauf auf der Achse, lautet die paraxiale Bahngleichung für Meridionalbahnen in rotationssymmetrischen elektrostatischen Feldern :

(5-6) $$r''(z) + \frac{\psi'(z)}{2\psi(z)} r'(z) + \frac{\psi''(z)}{4\psi(z)} r(z) = 0$$

Mit der Transformation

(5-7) $$r(z) = \sqrt[4]{\psi(z_0)/\psi(z)} \cdot w(z) \quad ,$$

wobei z_0 eine beliebige feste Bezugsebene ist, erhält man aus (5-6)

die reduzierte paraxiale Bahngleichung:

$$w''(z) + \frac{3}{16} G^2(z,\eta) w(z) = 0 \qquad (5\text{-}8)$$

mit

$$G(z,\eta) = \frac{\psi'}{\psi} = f'(z) / \left[\frac{\eta - \gamma}{1 - \eta} + f(z) \right] \qquad (5\text{-}9)$$

Der Bahnverlauf hängt also ausser von den Anfangsbedingungen und der Elektrodenkonfiguration auch vom Filterparameter η ab. Mit Hilfe der durch die Anfangsbedingungen

$$\lim_{z \to -\infty} \sigma(z) = 1 \qquad \lim_{z \to +\infty} \tau(z) = 1$$

$$\lim_{z \to -\infty} \sigma'(z) = 0 \qquad \lim_{z \to +\infty} \tau'(z) = 0 \qquad (5\text{-}10)$$

definierten linear unabhängigen Lösungen $\sigma(z)$ und $\tau(z)$ von (5-6) lassen sich die Kardinalelemente in üblicher Weise definieren. Abb. 5 veranschaulicht dies für die bildseitigen Kardinalelemente bei unterteleskopischer Linsenstärke.

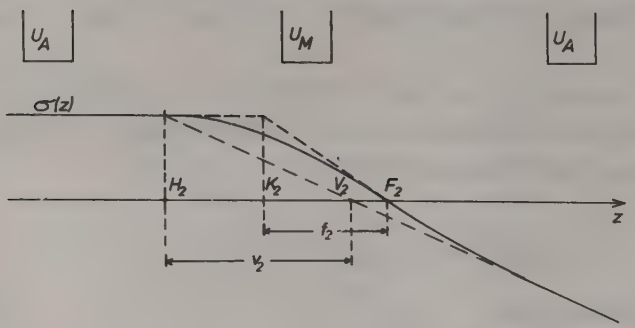

Abb. 5 Reelle und asymptotische bildseitige Kardinalelemente

(5-11)

Reelle Kardinalelemente

bildseitiger	Brennpunkt	F_2 :	$\sigma(F_2) = 0$
bildseitige	Brennweite	f_2 :	$f_2 = -1. / \sigma'(F_2)$
bildseitige	Hauptebene	K_2 :	$K_2 = F_2 - f_2$
objektseitiger	Brennpunkt	F_1 :	$\tau(F_1) = 0$
objektseitige	Brennweite	f_1 :	$f_1 = 1. / \tau'(F_1)$
objektseitige	Hauptebene	K_1 :	$K_1 = F_1 + f_1$

Asymptotische Kardinalelemente

bildseitiger	Brennpunkt	V_2 :	$V_2 = \lim_{z \to +\infty} [z - \sigma(z)/\sigma'(z)]$
bildseitige	Brennweite	v_2 :	$v_2 = -\lim_{z \to +\infty} [1. / \sigma'(z)]$
bildseitige	Hauptebene	H_2 :	$H_2 = V_2 - v_2$
objektseitiger	Brennpunkt	V_1 :	$V_1 = \lim_{z \to -\infty} [z - \tau(z)/\tau'(z)]$
objektseitige	Brennweite	v_1 :	$v_1 = \lim_{z \to -\infty} [1. / \tau'(z)]$
objektseitige	Hauptebene	H_1 :	$H_1 = V_1 + v_1$

Die asymptotischen Brennpunkte sind die Schnittpunkte der Ausfallsasymptoten der Lösungen $\sigma(z)$ bzw. $\tau(z)$ mit der optischen Achse. Nur wenn die reellen Brennpunkte im feldfreien Raum liegen, sind reelle und asymptotische Kardinalelemente identisch. Da Filterlinsen infolge grosser Öffnungs- und Farbfehler nur als Projektive oder Zwischenlinsen Verwendung finden und die reellen Brennpunkte im allgemeinen im Linsenfeld liegen, sind für die Abbildung nur die asymptotischen Kardinalelemente von Bedeutung. Unter der gemachten Voraussetzung (5-1) $\mathcal{U}(-\infty) = \mathcal{U}(+\infty) = U_A$ folgt aus der Konstanz der Wronskideterminante

(5-12) $$\sqrt{\mathcal{U}(z)}\,[\sigma(z)\tau'(z) - \tau(z)\sigma'(z)]$$

mit (5-11) für die asymptotischen Brennweiten :

(5-13) $$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\mathcal{U}(-\infty)}{\mathcal{U}(+\infty)}} = 1$$

$$v_1 = v_2 = v$$

Soll die Ebene $z = z_o$ reell abgebildet werden, so liefert die Nullstelle der Lösung $t(z)$ mit den Anfangsbedingungen

(5-14) $\quad t(z_o) = 0 \;, \quad t'(z_o) = 1$

die konjugierte Bildebene $z_b = z_o$ durch

(5-15) $\quad t(z_b) = 0 \;.$

Die Lösung $\sigma(z)$ liefert dann die Vergrösserung mit

(5-16) $\quad M = \sigma(z_b)/\sigma(z_o) \;.$

Entsprechend gilt für die virtuelle ("Asymptoten"-) Abbildung

(5-17) $\quad (z_o - V_1)(z_1 - V_2) = -v^2$

und $\quad M = \dfrac{v}{z_o - V_1} = -\dfrac{z_1 - V_2}{v} \;.$

5.2 Einschränkungen für Parameter von Filterlinsen

In diesem Abschnitt wird an Hand einer speziellen Elektrodenkonfiguration die qualitative Abhängigkeit der Richtung der Ausfallsasymptote einer Elektronenbahn vom Filterparameter (d.h. der relativen Überschussenergie) und vom Achsenabstand ihrer achsenparallelen Einfallsasymptote diskutiert.

Abb. 6 zeigt für eine spezielle Elektrodenkonfiguration die Abhängigkeit der reziproken asymptotischen Brennweite (Brechkraft) $\frac{1}{v}$ vom Filterparameter η. Diese qualitative Abhängigkeit ist typisch für alle elektrostatischen Dreielektrodenlinsen mit negativer Mittelelektrode.

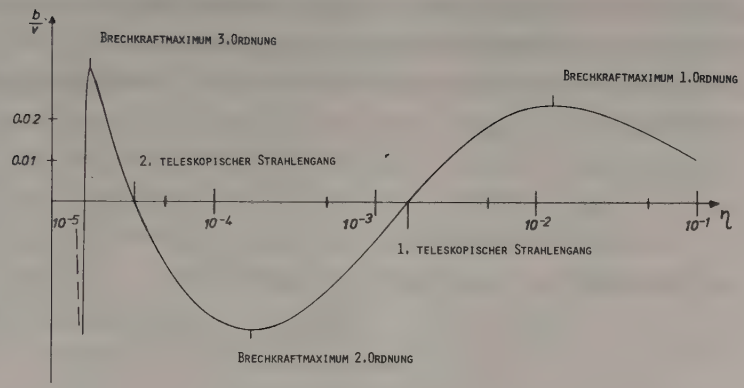

Abb. 6 Reziproke asymptotische Brennweite (Brechkraft)
b Bohrungsradius der Mittelelektrode

Für $\eta = 1$, d.h. bei abgeschalteter Linse, verschwindet die Brechkraft. Mit abnehmendem η durchläuft die Brechkraft zunächst ein Maximum. Sie hat dann beim ersten teleskopischen Wert des Filterparameters eine Nullstelle. Man nennt diesen ersten Bereich positiver Brechkraft den Abbildungsbereich 1.Ordnung und das Maximum Brechkraftmaximum 1.Ordnung. Bei weiterer Verminderung von η durchläuft die Brechkraft in rascher Folge weitere Extrema mit wechselndem Vorzeichen, bis die Linse bei $\eta = 0$ für alle Elektronen undurchlässig wird.
Das n-te Extremum wird ohne Beachtung des Vorzeichens Brechkraftmaximum n-ter Ordnung und der n-te Nulldurchgang n-ter teleskopischer Wert des Filterparameters genannt. Will man bei den in der elektrostatischen Elektronenmikroskopie üblichen Spannungen U_A von 20kV bis 60kV eine Filterung von $\phi_s = 6$Volt erreichen, muss für $\eta = \phi_s/U_A$ gelten :

$$10^{-4} \leqslant \eta \leqslant 3 \cdot 10^{-4}$$

Für die hier betrachtete spezielle Elektrodenkonfiguration liegt dieses Intervall im Abbildungsbereich zweiter Ordnung. Für alle anderen untersuchten Konfigurationen liegt es meist ebenfalls in diesem Bereich, häufig auch in Abbildungsbereichen höherer als 2. Ordnung, nie jedoch 1. Ordnung.

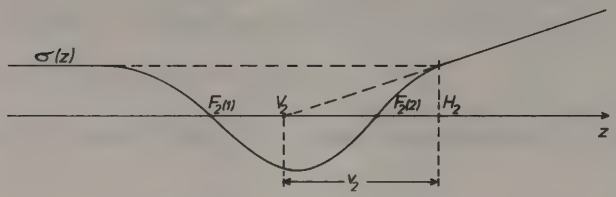

Abb. 7 Bildseitige Kardinalelemente im Abbildungsbereich 2. Ordnung

Im Abbildungsbereich 2. Ordnung entstehen zwei reelle Bilder eines hinreichend weit im Objektraum liegenden Objekts, von denen mindestens das erste innerhalb des Linsenfeldes liegt und daher nicht beobachtet werden kann.
Um eine möglichst fehlerfreie Abbildung für Elektronen mit einigen Zehntel eV Energieunterschieden bei gleichzeitiger Ausfilterung von Elektronen mit wenigen eV Energieverlusten zu erhalten, wird nach Möllenstedt und Rang (1951) die Filterlinse mit demjenigen Wert η_m des Filterparameters η betrieben, für den das Brechkraftmaximum 2. Ordnung erreicht wird, d. h.

$$\frac{d}{d\eta}\left(\frac{b}{v}\right)_{\eta_m} = 0 \quad . \tag{5-18}$$

Nach (5-3), (5-4) und (5-9) hängt η_m nur von der Elektrodenform ab. Betreibt man die Filterlinse unter der Bedingung $\eta = \eta_m$, so kann bei vorgegebenem U_A nach (5-4) die Filterspannung ϕ_s nur durch Änderung der Linsenform variiert werden.

Die in Abb. 6 dargestellte Abhängigkeit der Brechkraft vom Filterparameter kann auch als Abhängigkeit der Brechkraft von der Elektronenenergie $e\phi_s + E_q - E_v$ aufgefasst werden. Wird die Filterlinse so betrieben, dass $\eta_m = \phi_s/U_A$, so werden Elektronen, für die E_q und E_v nicht verschwinden, Bahnen durchlaufen, deren Parameter $\eta = (e\phi_s + E_q - E_v)/(eU_A)$ von η_m abweicht. Für $E_v = 0$ und $|E_q| \ll e\phi_s$ ist diese Abweichung so klein, dass sie wenig Einfluss auf die Brechkraft hat, die bei $\eta = \eta_m$ ein Extremum besitzt. Ist dagegen $E_v > e\phi_s + E_q$, so ist dieselbe Filterlinse für ein solches Elektron bereits undurchlässig.

Vergrössert man bei festem η den Achsenabstand r_o achsenparallel einfallender Elektronen, so nimmt die Ausfallsneigung r' der Bahn zunächst, d. h. im Gültigkeitsbereich der paraxialen Näherung proportional zu r_o zu, weicht dann aber für grössere r_o von der Proportionalität ab und erreicht bei einem bestimmten Achsenabstand $r_o = R_g$ ein Maximum. Darauf folgen Vorzeichenwechsel und weitere Extrema von r'. Von einem bestimmten Wert von r_o an kehren die Elektronen um, verlassen die Filterlinse also wieder auf der Objektseite.

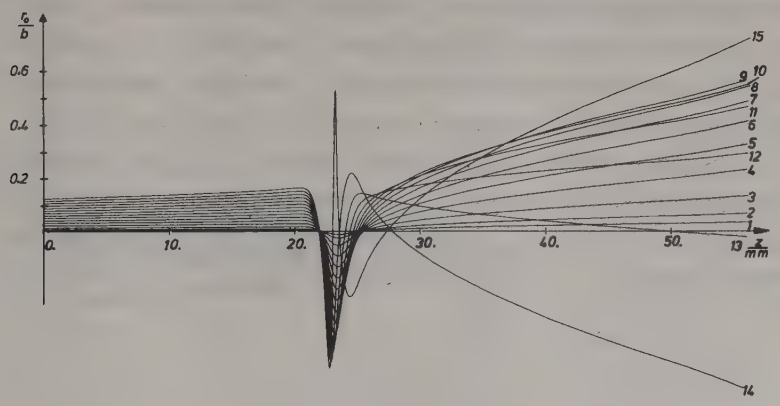

Abb. 8 Bahnverlauf bei achsenparallelem Einfall

R_g wird Gesichtsfeldradius genannt und ist eine obere Grenze des zur Abbildung ausnutzbaren Bereichs, da nur für $r_o \leq R_g$ eine eineindeutige

Zuordnung zwischen ein- und auslaufenden Bahnen gegeben ist. R_g ist eine Funktion von η und im allgemeinen nicht mit dem zur Abbildung tatsächlich verwendeten Bereich r_a identisch, da andere Bildfehler das Gesichtsfeld weiter einschränken können. Treffen die Elektronen von einem bestimmten Achsenabstand ab auf eine der Elektroden, bevor die Ausfallsneigung der Bahn ihr erstes Maximum erreicht hat, wird derjenige Achsenabstand mit R_g bezeichnet, bei dem die Elektronen die Linse gerade noch ungehindert passieren können. Da Elektronen beim Auftreffen auf eine Elektrode Sekundärelektronen auslösen können (Stenzel 1970), die sich im Endbild als Untergrund bemerkbar machen, muss der Achsenabstand der einfallenden Elektronen schon vor Erreichen der Filterlinse durch eine Blende begrenzt werden.
Die Ausfallsneigung $r'(r_o)$ ist nur für kleine r_o, d.h. im paraxialen Bereich, proportional zum Einfallsabstand r_o. Bezieht man den Quotienten $r'(r_o)/r_o$ auf seinen Grenzwert für $r_o \to 0$, definiert man also

$$S(r_o) := \frac{r'(r_o)}{r_o} \Big/ \lim_{r_o \to 0} \frac{r'(r_o)}{r_o} \quad , \tag{5-19}$$

so ist definitionsgemäss $S(0) = 1$ und $S'(0) = 0$. Für grössere r_o wird S je nach dem Vorzeichen von $S''(0)$ grösser oder kleiner als Eins. Abb. 9 zeigt $S(r_o)$ für verschiedene Werte von η. Es ist ein empirisch seit längerem bekannter glücklicher Umstand (Heise 1949), dass in der Umgebung des zweiten Brechkraftmaximums $\eta = \eta_m$ für grössere η $S''(0)$ positiv und für kleinere η negativ ist und dass der Vorzeichenwechsel nahe bei $\eta = \eta_m$ erfolgt. Abb. 9 zeigt $S(r_o)$ für verschiedene Werte von η.

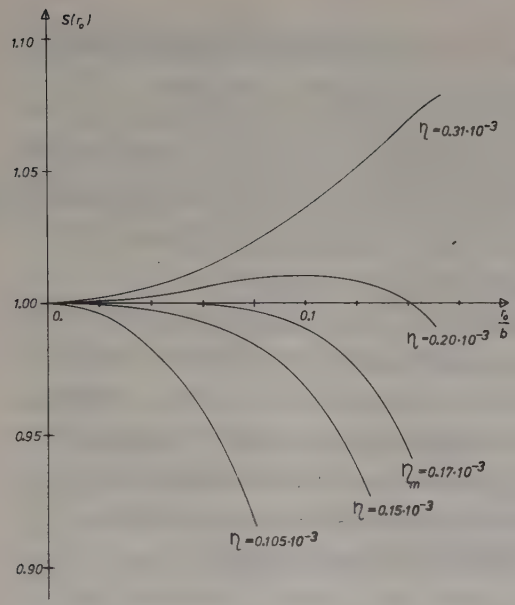

Abb. 9 $S(r_o)$ für verschiedene Parameterwerte von η

Die Wirkung einer Filterlinse auf Elektronenbündel mit inhomogener Energieverteilung wird in Abb. 10 verdeutlicht.

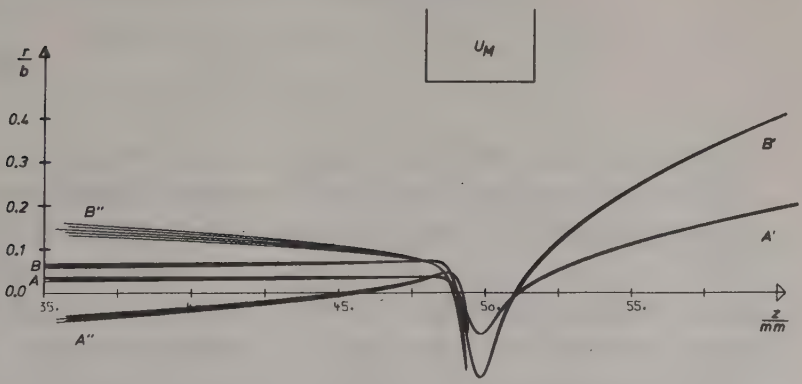

Abb. 10 Elektronenbündel mit Energieverlusten in einer Filterlinse

Zwei Elektronenbündel A und B, deren virtuelle Konvergenzpunkte im Linsenfeld zwei Bildpunkte des vom Objektiv entworfenen Zwischenbildes repräsentieren, laufen in das Feld der Linse. Ein Teil der Elektronen hat im Objekt diskrete Energieverluste $E_v > e\emptyset_s$ erlitten. Die übrigen Elektronen haben eine thermische Energieverteilung mit einer Halbwertsbreite von 0.5eV. Während die Elektronen mit Energieverlusten zur Umkehr gezwungen werden (A'' und B''), verlassen die übrigen Elektronen die Linse wieder als schmale Bündel A' und B' und liefern zwei Bildpunkte im Endbild. Die Bahnen in den Bündeln A'' und B'' bilden je eine einparametrige Schar mit nur einem Richtungsparameter. Die Bündel A' und B' sind dagegen zweiparametrige Scharen (je ein Richtungs- und ein Energieparameter). Die Abhängigkeit der Bahnen vom Energieparameter E_q ist aber so schwach, dass sie in der Abbildung nicht erkennbar ist.

6. Die Bildfehlerkoeffizienten

Die Bildfehlerkoeffizienten werden als Entwicklungskoeffizienten einer Reihenentwicklung der Lösungen der Bewegungsgleichung (4-2) in kartesischen Koordinaten nach den die Anfangsbedingungen in einer Startebene z_o kennzeichnenden Parametern

$$
\begin{aligned}
x_o &= x(z_o) \quad ; \quad x'_o = x'(z_o) \\
y_o &= y(z_o) \quad ; \quad y'_o = y'(z_o) \\
\mathcal{E} &= E_q/e\phi_s = E_q/(e\eta_m U_A)
\end{aligned}
\tag{6-1}
$$

definiert.

Der Parameter $\mathcal{E}$ berücksichtigt, dass die Elektronen nicht monoenergetisch sind, sondern auf Grund des Auslöseprozesses auf der Kathode eine Energieverteilung endlicher Breite haben, d.h. mit etwas verschiedenen Anfangsenergien in das Linsenfeld einlaufen. Elektronen mit Energieverlusten leisten keinen Beitrag zu den Bildfehlern, da die Linse so betrieben werden soll, dass diese den Linsensattel nicht mehr passieren können.

Für den geometrischen Bahnverlauf erhält man:

$$
\begin{aligned}
x &= x(x_o, y_o, x'_o, y'_o, \mathcal{E}; z) \\
y &= y(x_o, y_o, x'_o, y'_o, \mathcal{E}; z)
\end{aligned}
\tag{6-2}
$$

Da die Filterlinse das von einem vorangehenden Linsensystem (z.B. einem Objektiv) entworfene Zwischenbild vergrössert abbilden soll, wird die Zwischenbildebene im allgemeinen innerhalb des Feldes der Filterlinse liegen.

Wählt man die Startebene z_o aus (6-1) als Zwischenbildebene, so sind x_o und y_o die Koordinaten des virtuellen Durchstosspunktes durch die virtuelle Startebene z_o und x'_o und y'_o die Richtungsparameter der Einfallsasymptote der Bahn eines Elektrons mit der Anfangsenergie $eU_A + E_q$. Im objektseitigen feldfreien Raum ist also $x(z) = x_o + x'_o(z-z_o)$ und $y(z) = y_o + y'_o(z-z_o)$. (6-2) stellt eine 5-parametrige Funktion von Kurven dar, welche im interessierenden Bereich stetig und differenzierbar

von den Parametern x_o, y_o, x'_o, y'_o und ε abhängt. Analog zu F. Lenz (1957, 1958) entwickelt man die rechte Seite von (6-2) in der Umgebung von $x_o = y_o = x'_o = y'_o = \varepsilon = 0$ nach Potenzen der 5 Parameter. Nach komplexer Zusammenfassung und Division der mit der Dimension einer Länge behafteten Grössen x, y, x_o und y_o durch den Bohrungsradius b der Mittelelektrode

$$
\begin{aligned}
& u = (x + iy)/b \\
(6\text{-}3) \qquad & u_o = (x_o + iy_o)/b \quad ; \quad \bar{u}_o = (x_o - iy_o)/b \\
& u'_o = x'_o + iy'_o \quad ; \quad \bar{u}'_o = x'_o - iy'_o
\end{aligned}
$$

erhält man die Entwicklung :

$$
(6\text{-}4) \qquad u(u_o, \bar{u}_o, u'_o, \bar{u}'_o, \varepsilon ; z) =
$$

$$
M \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} (u | u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n \varepsilon^j)\, u_o^k \bar{u}_o^l u_o'^m \bar{u}_o'^n \varepsilon^j
$$

Die

$$
(6\text{-}5) \qquad (u | u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n \varepsilon^j) \; := \;
$$

$$
\frac{1}{M} \frac{b^{k+l-1}}{k!\,l!\,m!\,n!\,j!} \frac{\partial^{k+l+m+n+j} u}{\partial u_o^k \partial \bar{u}_o^l \partial u_o'^m \partial \bar{u}_o'^n \partial \varepsilon^j} \Bigg|_{(0,0,0,0,0;z)}
$$

(Enge 1967) sind dimensionslose, im allgemeinen komplexe von z abhängige Koeffizienten.

Da die Vergrösserung $M := \left.\frac{\partial u}{\partial u_o}\right|_{(0,0,0,0,0;z)}$ als Vorfaktor vor die Summe in (6-4) gezogen ist, ist definitionsgemäss $(u|u) = 1$.

Auf Grund der Rotationssymmetrie des Feldes verschwinden alle Terme identisch, deren Indizes k, l, m, n der Bedingung

$$
(6\text{-}6) \qquad k - l + m - n \neq 1
$$

genügen. Bezüglich des Index j unterliegen die Terme keiner Beschränkung.

Unter der Ordnung des Entwicklungsterms wird die Summe

(6-7) $h = k+l+m+n+j$

verstanden.

Da in rotationssymmetrischen elektrostatischen Systemen durch Spiegelung an jeder Meridionalebene aus einer Bahn wieder eine Bahn wird, folgt die Realität aller Koeffizienten $(u|u^k\bar{u}^l u'^m\bar{u}'^n\varepsilon^j)$. Ferner folgt wegen der Existenz eines reellen Eikonals, dass für $0 \neq k \neq l \neq 0$ und beliebige j

$$(6\text{-}8) \qquad \frac{1}{l}(u|u^k\bar{u}^{l-1}u'^m\bar{u}'^n\varepsilon^j) = \frac{1}{k}(u|u^l\bar{u}^{k-1}u'^n\bar{u}'^m\varepsilon^j) \ ,$$

also z.B.

$$(u|u^2\bar{u}'\varepsilon^j) = \frac{1}{2}(u|u\,\bar{u}u'\varepsilon^j) \ ,$$

$$(u|u^3\bar{u}'^2\varepsilon^j) = \frac{1}{3}(u|u\bar{u}^2u'^2\varepsilon^j) \ ,$$

$$(u|u^2u'\bar{u}'^2\varepsilon^j) = \frac{1}{2}(u|u\bar{u}\,u'^2\bar{u}'\varepsilon^j) \quad \text{etc.}$$

Betrachtet man die Entwicklung (6-4) in der Umgebung der durch das Verschwinden von $(u|u')$ gekennzeichneten Bildebene $z = z_b$, so ist $(u|u')$ die auf die Zwischenbildebene bezogene Defokussierung, während die übrigen Koeffizienten Bildfehlerkoeffizienten darstellen; z.B.

	$(u\|u^2\bar{u})$		Verzeichnung 3. Ordnung
(6-9)	$(u\|u'^2\bar{u}')$	$= C_s$	Öffnungsfehler
	$(u\|u'\varepsilon)$	$= C_f$	Axialer Farbfehler

Bei den üblichen rotationssymmetrischen elektronenmikroskopischen Abbildungselementen beschränkt man sich meist auf Glieder bis zur 3. Ordnung für $j = 0$ und 2. Ordnung für $j = 1$. Filterlinsen nehmen wegen der grossen Achsenabstände der Bahnen und deren grosser Neigung gegen die Achse eine Sonderstellung ein. Insbesondere treten auch Farbfehler höherer Ordnung ($j > 1$) in Erscheinung. Im folgenden wird der Versuch gemacht, einige der Koeffizienten aus numerisch berechneten

Bahnen zu bestimmen. Zu diesem Zweck wurde die Entwicklung (6-4) mit den Gliedern einer bestimmten endlichen (maximal neunter) Ordnung abgebrochen. Die endlich vielen Koeffizienten dieser abgebrochenen Entwicklung werden dann so bestimmt, dass sie die numerisch berechneten Bahnkoordinaten möglichst gut approximiert.

6.1 Berechnung der Koeffizienten

Im folgenden wird angenommen, dass die Ordnung der Glieder, mit denen die Reihenentwicklung (6-4) abgebrochen wird, ungerade, d.h. gleich $2k_o-1$ ist. Zur Berechnung der Koeffizienten wurde (4-2) für N Bahnen mit den Anfangsbedingungen

$$(6\text{-}10) \qquad u_{oi} \quad , \quad \bar{u}_{oi} \quad , \quad u'_{oi} \quad , \quad \bar{u}'_{oi} \quad , \quad \varepsilon_i \qquad i = 1,\ldots,N$$

$$(6\text{-}11) \qquad N \geqslant N_o = \sum_{k=1}^{k_o} k(k+1)\left[1+2(k_o-k)\right]$$

$$= \frac{1}{6} k_o (k_o+1)^2 (k_o+2) = \frac{1}{6}\left[(k_o+1)^4 - (k_o+1)^2\right]$$

in einer reellen oder virtuellen Zwischenbildebene gelöst.
N_o ist die Anzahl der nicht verschwindenden Koeffizienten, die man erhält, wenn man bis zur $(2k_o-1)$ -ten Ordnung unter Berücksichtigung von (6-6) entwickelt. Sind die $u_i = u_i(z_b)$ die komplexen Koordinaten der Schnittpunkte der Bahnen mit der Bildebene z_b, so erhält man aus (6-4) für die Koeffizienten ein lineares Gleichungssystem :

$$(6\text{-}12) \qquad u_i = M \sum_{k+l+m+n+j<2k_o} (u|u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n \varepsilon^j)\, u_{oi}^k \bar{u}_{oi}^l u_{oi}'^m \bar{u}_{oi}'^n \varepsilon_i^j$$

$$i = 1,\ldots,N$$

Numeriert man die Koeffizienten fortlaufend durch

$$(6\text{-}13)\qquad q_\alpha := q_\alpha(k,l,m,n,j) = (u\,|\,u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n \varepsilon^j)$$
$$= 1,\ldots,N_o \quad ; \quad N_o \text{ aus } (6\text{-}11)$$

und bildet entsprechend

$$(6\text{-}14)\qquad Q_{i\alpha} := M u_{oi}^k \bar{u}_{oi}^l u_{oi}'^m \bar{u}_{oi}'^n \varepsilon_i^j \quad ,$$

so lässt sich (6-12) als

$$(6\text{-}15)\qquad u_i = \sum_{\alpha=1}^{N_o} Q_{i\alpha} q_\alpha$$

schreiben, wobei u_i und $Q_{i\alpha}$ im allgemeinen komplexe Grössen sind. Wegen der Realität der q_α folgen die Gleichungssysteme

$$(6\text{-}16)\qquad \begin{aligned} x_i/b &= \sum_\alpha \mathrm{Re}\,(Q_{i\alpha})\, q_\alpha \\ y_i/b &= \sum_\alpha \mathrm{Im}\,(Q_{i\alpha})\, q_\alpha \quad , \end{aligned}$$

von denen jedes die q_α vollständig bestimmt.

Die Lösung des Systems (6-15) von N_o linearen Bestimmungsgleichungen für die q_α lässt sich dadurch vereinfachen, dass man es in sechs Subsysteme unterteilt. Beispielsweise können diejenigen q_α, für die $m = n = j = 0$ ist, also die Verzeichnungskoeffizienten $(u\,|\,u^k \bar{u}^{k-1})$ mit $2 \leqslant k \leqslant k_o$ unabhängig von allen anderen Koeffizienten bestimmt werden, wenn man mindestens k_o verschiedene Bahnen mit Anfangsbedingungen u_{oi} $(i = 1,..,k_o)$ berechnet hat, für die u'_{oi} und ε_i verschwinden, d.h. Bahnen, die mit k_o verschiedenen Achsenabständen mit achsenparalleler Einfallsasymptote in die Linse einfallen. Ein anderes Subsystem ergibt sich für $k = l = j = 0$, d.h. für die Defokussierung und die Öffnungsfehlerkoeffizienten $(u\,|\,u'^m \bar{u}'^{m-1})$ mit $1 \leqslant m \leqslant k_o$. Sie können aus

mindestens k_o Bahnen mit $u_{oi} = 0$ und $\varepsilon_i = 0$ mit verschiedenen Einfallsneigungen u'_{oi} ($i = 1,..,k_o$) bestimmt werden, d.h. Bahnen, deren Einfallsasymptoten unter verschiedenen Einfallsrichtungen auf den Achsenpunkt der Zwischenbildebene zielen. Das dritte Subsystem ist durch $m = n = 0$, $j \neq 0$ gekennzeichnet. Es liefert die ausseraxialen Farbfehlerkoeffizienten $(u|u^k \bar{u}^{k-1} \varepsilon^j)$, von denen es $k_o(k_o-1)$ gibt. Man braucht zu ihrer Bestimmung also mindestens ebenso viele Bahnen, die mit verschiedenen Achsenabständen u_{oi} und verschiedenen Anfangsenergien $\varepsilon_i \neq 0$ ($i = 1,..,k_o(k_o-1)$) mit achsenparalleler Einfallsasymptote einfallen. Ein viertes Subsystem erhält man für $k = l = 0$, $j \neq 0$, mit den axialen Farbfehlerkoeffizienten $(u|u'^m \bar{u}'^{m-1} \varepsilon^j)$, von denen es ebenfalls $k_o(k_o-1)$ gibt. Das fünfte Subsystem ist durch $k + l \neq 0$, $m + n \neq 0$, $j = 0$ gekennzeichnet. Von den monoenergetischen geometrische Bildfehlerkoeffizienten $(u|u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n)$ mit $k+l+m+n \leqslant 2k_o-1$ und $k - l + m - n = 1$ gibt es $k_o(k_o-1)(k_o+4)/3$. Schliesslich enthält das sechste Subsystem alle Indexkombinationen, für die $k + l \neq 0$, $m + n \neq 0$ und $j \neq 0$ ist, d.h. es dient zur Bestimmung aller q_α, die aus keinem der ersten fünf Subsysteme bestimmt worden sind. Von diesen gibt es $k_o(k_o-1)(k_o-2)(k_o+5)/6$, und zu ihrer Bestimmung wird eine mindestens gleiche Zahl von Bahnen benötigt. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die sechs Subsysteme.

Tabelle

Subsystem	k+l	m+n	j	Anzahl der Koeffizienten
1	$\neq 0$	0	0	k_o
2	0	$\neq 0$	0	k_o
3	$\neq 0$	0	$\neq 0$	$k_o(k_o-1)$
4	0	$\neq 0$	$\neq 0$	$k_o(k_o-1)$
5	$\neq 0$	$\neq 0$	0	$k_o(k_o-1)(k_o+4)/3$
6	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$k_o(k_o-1)(k_o-2)(k_o+5)/6$

Für die numerische Lösung sind die Gleichungssysteme (6-16) auch nach der Unterteilung in Subsysteme noch schlecht konditioniert, da die Beträge von $|u_{oi}|$, $|u'_{oi}|$ und $|\varepsilon_i|$ und damit die Beträge der $|Q_{i\alpha}|$ von verschiedener Grössenordnung sind. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, werden zunächst in jedem der Subsysteme Normierungsfaktoren λ_i wie folgt definiert :

$$\lambda_1 := 1/\operatorname{Max}_i |u_{oi}| \quad ; \quad \lambda_2 := 1/\operatorname{Max}_i |u'_{oi}|$$
$$\lambda_3 := 1/\operatorname{Max}_i |\varepsilon_i| \quad ; \quad \lambda_4 := 1/\operatorname{Max}_i |u_i| \tag{6-17}$$

Definiert man ferner $\hat{Q}_{i\alpha} := \lambda_1^{k+1}\lambda_2^{m+n}\lambda_3^{j} Q_{i\alpha}$, $\hat{u}_i = \lambda_4 u_i$ und

$$\hat{q}_\alpha = \lambda_1^{-k-1}\lambda_2^{-m-n}\lambda_3^{-j}\lambda_4 q_\alpha, \tag{6-18}$$

so folgt aus (6-15) für jedes Subsystem $\hat{u}_i = \sum_\alpha \hat{Q}_{i\alpha}\hat{q}_\alpha$, d.h. ein Gleichungssystem für die $\hat{q}_\alpha$ mit besser konditionierten Koeffizienten $\hat{Q}_{i\alpha}$ und $\hat{u}_i$, deren Beträge das Intervall von 0 bis 1 ausfüllen. Hat man daraus die Koeffizienten $\hat{q}_\alpha$ bestimmt, so folgen die q_α aus (6-18). Damit ist

$$\Delta u = (u|u^{k}\bar{u}^{l}u'^{m}\bar{u}'^{n}\varepsilon^{j})\,u_o^{k}\bar{u}_o^{l}u_o'^{m}\bar{u}_o'^{n}\varepsilon^{j} \tag{6-19}$$

der auf die Zwischenbildebene bezogene Beitrag des Bildfehlers, der durch den Koeffizienten $(u|u^{k}\bar{u}^{l}u'^{m}\bar{u}'^{n}\varepsilon^{j})$ beschrieben wird.

6.2 Abschätzung der Grössenordnungen

Hat man in der im vorigen Abschnitt beschriebenen Weise die Koeffizienten q_α bestimmt, so benötigt man anschliessend Kriterien dafür, ob diese Koeffizienten " gross " oder "klein " sind, d.h. ob die entsprechenden Summanden (6-19) merklich zum Bildfehler beitragen oder nicht. So kann beispielsweise ein Wert von $(u|u'^{2}\bar{u}') = 10^{6}$ " klein " sein, während

$(u|u\varepsilon) = 10^{-2}$ " gross " in diesem Sinne ist. Geht man für eine grobe Abschätzung von einer linearen Bildpunktzahl bei photographischer Registrierung von etwa 6000 aus, die sich aus dem Verhältnis des Durchmessers der photographischen Platte (z.B. 6cm) zum Durchmesser des Elektronendiffusionshofs (Kowalski 1957, Frieser und Klein 1958) von etwa 10μm ergibt, und betrachtet man den Fall, dass ein Bereich vom Durchmesser $2r_a$ in der Zwischenbildebene auf die Photoplatte abgebildet wird, so ergibt sich daraus ein auf das Zwischenbild bezogenes Verwaschungsscheibchen vom Durchmesser :

(6-20) $$\delta = r_a/3000$$

Sind die Radien $b\,|\Delta u|$ der auf das Zwischenbild bezogenen Fehlerscheibchen klein gegen $\delta/2$, so tragen sie im Endbild nicht merklich zum Bildfehler bei. Diejenigen der Summanden (6-19) können daher vernachlässigt werden, für die

(6-21) $$|(u|u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n \varepsilon^j) u_o^k \bar{u}_o^l u_o'^m \bar{u}_o'^n \varepsilon^j| \ll \delta/2b$$

gilt. Für jeden Koeffizienten lässt sich dann aus der Ungleichung

(6-22) $$|(u|u^k \bar{u}^l u'^m \bar{u}'^n \varepsilon^j)| \geqslant \frac{\delta}{2} b^{k+l-1} / (r_a^{k+l} r_a'^{m+n} \varepsilon_a^j)$$

mit $r_a/b = \max|u_o|$; $r_a' = \max|u_o'|$; $\varepsilon_a = \max \varepsilon$.

abschätzen, wie gross der Betrag eines der Koeffizienten mindestens sein muss, damit er merklich zum Bildfehler beiträgt. Der virtuelle Durchmesser des Zwischenbildes $2r_a$ liegt in der Grössenordnung des Bohrungsdurchmessers 2b der Mittelelektrode. Die Einfallsneigung r_a' ist bei Verwendung der Filterlinse als Zwischenlinse oder Projektiv meist wesentlich kleiner als 10^{-2}. ε hängt nach (6-1) von der gewählten Filterspannung ϕ_s und der Energiebreite E_q der Austrittsverteilung an der Kathode ab. Für $e\phi_s = 5eV$ und $E_q = 0.5eV$ erhält man $\varepsilon = 0.1$. In Tabelle 1 und 2 sind für einige Koeffizienten Abschätzungen angegeben. Ob ein bestimmter der Koeffizienten "gross" oder "klein" ist, erkennt

man nun durch einen Vergleich mit den in den Tabellen angegebenen Werten.

Tabelle 1

r_a/b	0.5	0.5	0.1
r'_a	10^{-2}	10^{-4}	10^{-2}
$(u\|u^2\bar{u})$, $(u\|u\bar{u}u')$	$3.33\cdot10^{-2}$	3.33	$1.67\cdot10^{-1}$
$(u\|uu'\bar{u}')$, $(u\|\bar{u}u'^2)$	1.67	$1.67\cdot10^{4}$	1.67
$(u\|u'^2\bar{u}')$	$8.33\cdot10^{1}$	$8.33\cdot10^{7}$	$1.67\cdot10^{1}$
$(u\|u^3\bar{u}'^2)$, $(u\|u^2\bar{u}u'\bar{u}')$, $(u\|u\bar{u}^2u'^2)$	6.67	$6.67\cdot10^{4}$	$1.67\cdot10^{2}$

Tabelle 2

ε	0.1	0.1	0.05
r_a/b	0.5	0.5	0.5
r'_a	10^{-2}	10^{-4}	10^{-2}
$(u\|u'\varepsilon)$	$8.33\cdot10^{-2}$	8.33	$1.67\cdot10^{-1}$
$(u\|u'\varepsilon^2)$	$8.33\cdot10^{-1}$	$8.33\cdot10^{1}$	3.33
$(u\|u'\varepsilon^3)$	8.33	$8.33\cdot10^{2}$	$6.67\cdot10^{1}$
$(u\|u\varepsilon)$	$1.67\cdot10^{-3}$	$1.67\cdot10^{-3}$	$3.33\cdot10^{-3}$
$(u\|u\varepsilon^2)$	$1.67\cdot10^{-2}$	$1.67\cdot10^{-2}$	$6.67\cdot10^{-2}$
$(u\|u\varepsilon^3)$	$1.67\cdot10^{-1}$	$1.67\cdot10^{-1}$	1.33

6.3 Die Verzeichnung

Die Verzeichnung nimmt unter den Bildfehlern insofern eine Sonderstellung ein, als sie die Auflösung nicht beeinträchtigt, sondern nur Abweichungen von der Proportionalität zwischen Bildkoordinate $u(z_b)$ und Zwischenbildkoordinate u_o beschreibt, zwischen denen in paraxialer Näherung die Beziehung $u(z_b) = Mu_o$ oder, auf die Zwischenbildebene bezogen, u: $u(z_b)/M = u_o$ besteht.
Manche Autoren messen die Verzeichnung im Endbild in einem Punkt $u_o = u_a$ am Bildrand und definieren mit

$$(6\text{-}23) \qquad u - u_a = E|u_a|^2 u_a$$

einen effektiven Verzeichnungskoeffizienten. E ist jedoch nur dann mit dem Verzeichnungskoeffizienten 3. Ordnung $(u|u^2\bar{u})$ im Sinne von (6-4) identisch, wenn alle Verzeichnungskoeffizienten höherer als 3. Ordnung, d.h. alle $(u|u^k\bar{u}^{k-1})$ mit $k > 2$ vernachlässigbar klein sind. Vielmehr handelt es sich um einen effektiven Verzeichnungskoeffizienten für den Bildrand

$$(6\text{-}24) \quad E = (u - u_a)/|u_a|^2 u_a = \sum_{k=1}^{\infty} (u|u^{k+1}\bar{u}^k)|u_a|^{2k-2} \quad ,$$

der sich aus dem Koeffizienten 3. Ordnung und den höheren Ordnungen zusammensetzt. Während $(u|u^2\bar{u})$ eine Konstante ist, hängt E von dem gewählten Durchmesser $r_a = |u_a|b$ des Zwischenbildes ab und geht für $|u_a| \to 0$ in $(u|u^2\bar{u})$ über.
Ferner wird für die Beurteilung spezieller Linsen die "relative maximale Verzeichnung"

$$(6\text{-}25) \qquad E^* := \operatorname*{Max}_{u_o} \frac{|u - u_o|}{|u_o|}$$

eingeführt.

7. Die Bildpunktzahl und der Radius des abbildbaren Bereichs als Gütekriterien

Das Ziel der Untersuchung ist es, für eine vorgegebene Filterspannung ϕ_s die geometrischen Daten einer Filterlinse zu finden, die es gestattet, einen möglichst grossen Bereich der Zwischenbildebene mit hoher Auflösung abzubilden. Infolge von Bildfehlern entspricht jedem Punkt des Zwischenbildes ein Fehlerscheibchen im Bild. Daher kann auf einem gegebenen Durchmesser nur eine endliche Anzahl von Bildpunkten aufgelöst werden. Der Durchmesser $2r_a$ des abbildbaren Bereichs wird durch die Forderung definiert, dass der Durchmesser der Fehlerscheibchen für alle $r < r_a$ kleiner sein muss als der zehnfache Durchmesser des Fehlerscheibchens auf der Achse. Falls diese Definition einen Radius r_a des abbildbaren Bereichs ergibt, der grösser ist als der im Kapitel 5.2 definierte Gesichtsfeldradius R_g, so ist r_a durch R_g zu ersetzen. Der Durchmesser des abbildbaren Bereichs und die Anzahl der auf ihm auflösbaren Bildpunkte hängen damit von der Grösse der Fehlerscheibchen ab, welche ihrerseits bei festem $r'_a = \max|u'_o|$ von der Vergrösserung M und der Breite $E_o = \varepsilon_o e\phi_s$ der Energieverteilung der Elektronen beim Austritt aus der Kathode abhängen. Mit der Definition

(7-1) $N = N(M, \varepsilon_o)$

= Zahl der auflösbaren Bildpunkte auf dem Durchmesser $2r_a$ des abbildbaren Bereichs

ist die Bildpunktzahl N die maximale Anzahl von Bildpunkten, die bei einer Abbildung des gesamten abbildbaren Bereichs noch aufgelöst werden können. Damit sind N und r_a bei festem M und $\varepsilon_o := E_o/e\phi_s$ ein Mass für die Abbildungsgüte einer Filterlinse. Bei Verwendung einer Photoplatte als Registriermaterial hat es nach Kapitel 6.2 keinen Sinn, die elektronenoptische Bildpunktzahl N grösser als etwa 6000 zu machen.

Der Radius r_a des abbildbaren Bereichs hängt nur sehr schwach von ε_o ab, insbesondere dann, wenn er mit dem Gesichtsfeldradius R_g übereinstimmt.

Lage und Grösse der Fehlerscheibchen wurden bei geeignet gewählten Anfangsbedingungen für die einfallenden Bahnen aus den Ausfallsasymptoten numerisch gewonnener Lösungen von (4-4) berechnet. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 11 unter Auslassung des realen Bahnverlaufs innerhalb der Linse verdeutlicht.

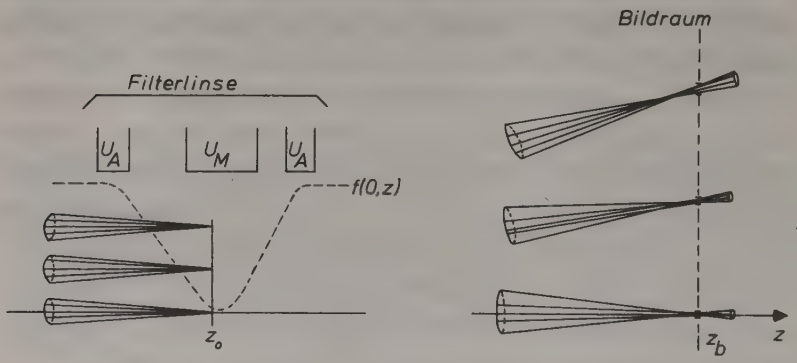

Abb. 11 Asymptotenabbildung und direkte Bestimmung der Fehlerscheibche (Zeichnung ist nicht masstäblich)

Vom Objektiv kommende homozentrische Bündel laufen objektseitig in die Filterlinse ein. Der punktförmige virtuelle Schnittpunkt eines Bündels mit der Zwischenbildebene z_o stellt einen Bildpunkt des virtuellen Zwischenbildes dar. Die Bahnasymptoten eines bildseitig auslaufenden Bündels schneiden einander infolge der Bildfehler nicht in einem Punkt. Die Bündel haben überall einen endlichen Querschnitt. Aus den Durchstosspunkten der Bahnasymptoten durch die Bildebene z_b erhält man für jedes Bündel ein Scheibchen, aus welchem nach Division durch die

Vergrösserung M das "auf das Zwischenbild bezogene" Bildfehlerscheibchen wird. Mit der Gesamtheit der Fehlerscheibchen aller Bündel kennt man die Grösse des Fehlerscheibchens in Abhängigkeit vom Achsenabstand r_o im Zwischenbild.
Die durch (5-15) definierte Bildebene z_b ist nicht notwendig die Ebene, in der die auslaufenden Bündel ihren geringsten Querschnitt haben. Im allgemeinen liegt der geometrische Ort für die engsten Bündelquerschnitte auf einer gekrümmten, bezüglich der optischen Achse rotationssymmetrischen Fläche. Es kann daher günstiger sein, eine Ebene zu wählen, in der das Fehlerscheibchen auf der Achse minimal wird, oder eine Ebene, in der der mittlere Radius

$$(7\text{-}2) \qquad \langle|\Delta u|\rangle = \frac{1}{r_a}\int_0^{r_a} |\Delta u(r,z)|\, dr$$

des Fehlerscheibchens ein Minimum annimmt.

7.1 Initialisierung der einlaufenden Bündel

Als vorläufige radiale Ausdehnung des Zwischenbildes wurde der Gesichtsfeldradius R_g angenommen und in J Teilbereiche der Grösse $h = R_g/J$ diskretisiert. In jedem Punkt $P(x_m, 0, z_o)$ der Zwischenbildebene z_o mit $x_m = h{\cdot}m$, $m = 0, 1, \ldots, J$, liegt virtuell die Spitze eines kegelförmig einlaufenden Elektronenbündels mit Öffnungswinkel $\alpha \leq 2\ 10^{-4}$ (Abb. 11). Die virtuellen Koordinaten der i-ten Bahn des m-ten Bündels in der Zwischenbildebene sind dann
$(x_m, 0, x'_{mi}, y'_{mi}, z_o)$ mit $-\alpha/2 \leq x'_{mi} \leq \alpha/2$
und unter Ausnutzung der Rotationssymmetrie
$0 \leq y'_{mi} \leq \alpha/2$,
wobei x'_{mi} und y'_{mi} die Richtung der Einfallsasymptote kennzeichnen.

Auf Grund ihrer Austrittsverteilung an der Kathode laufen die Elektronen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in die Linse ein. Um die daraus resultierenden Abweichungen vom Bahnverlauf mit der Startenergie Null zu berücksichtigen, wurde die Halbwertsbreite $E_o = e\phi_s\varepsilon_o$ der Energieverteilung der Elektronen beim Austritt aus der Kathode unterteilt und jeder Bahn die Startwerte (vergl. (4-5))

$$(7\text{-}3) \qquad \left|\frac{d\vec{r}}{d\tau}\right|_{ol} = \sqrt{2(U_A + (l\text{-}1)E_o/4e)}$$

$$= \sqrt{2\phi_s(\eta_m^{-1} + (l\text{-}1)\,\varepsilon_o/4)} \qquad l = 1, \ldots, 5$$

zugewiesen. Dabei gilt nach (5-4) für U_A bei Betrieb im zweiten Brechkraftmaximum

$$(7\text{-}4) \qquad U_A = \phi_s/\eta_m \quad .$$

Eine "Hauptbahn" des m-ten Bündels ist durch die Anfangsbedingungen $x'_{mi} = y'_{mi} = 0$, $\varepsilon_i = 0$ gekennzeichnet. Sie trifft die Bildebene im Punkt mit der Koordinate $x(z_b) = bu(x_m, 0, 0, 0, 0, z_b)$. Der auf die Zwischenbildebene bezogene Achsenabstand dieses Punktes ist

$$(7\text{-}5) \qquad r_m := \frac{1}{M}\,|x(z_b)| \quad .$$

7.2 Berechnung des abbildbaren Bereichs und der Bildpunktzahl

Aus den Ausfallsasymptoten (4-8) der Bahnen mit den genannten Anfangsbedingungen wurden die Fehlerscheibchen als Bündelquerschnitte in der Bildebene berechnet. Nach Division durch die Vergrösserung M kennt man in J+1 Stützstellen r_m die auf das Zwischenbild bezogenen Fehlerscheibchen-Durchmesser $D_m(r_m)$. Durch Interpolation zwischen den Stützstellen mittels eines kubischen Splines nach (3-11) mit $D'(0) = 0$ und $D''(r_J) = 0$ erhält man eine Funktion

(7-6) $D = D(r)$,

welche den Durchmesser des Fehlerscheibchens in Abhängigkeit vom Achsenabstand r im virtuellen Zwischenbild beschreibt. Ist die Bildpunktzahl N aus anderen als elektronenoptischen Gründen, etwa durch eine begrenzte Informationsübertragungskapazität des beispielsweise photographischen Registriermaterials auf $N \leqslant N_{max}$ beschränkt (in (6-20) war $N_{max} = 6000$ angenommen), so gibt es einen vom Bildaufzeichnungsverfahren abhängigen Wert $\delta = 2R_g/N_{max}$ für den Durchmesser des elektronenoptischen Fehlerscheibchens, dessen Unterschreitung keine Verbesserung der Auflösung bewirkt. Daher wird ein effektiver Fehlerscheibchen-Durchmesser definiert :

(7-7) $$G(r) = \begin{cases} D(r) , & \text{wenn } D(r) \geqslant \delta ; \\ \delta , & \text{wenn } D(r) < \delta ; \end{cases}$$

Damit lässt sich der Radius r_a des abbildbaren Bereichs wie folgt definieren :

(7-8) $D(r_a) = 10 \cdot D(0)$; $D(r) < 10 \cdot D(0)$ für alle $r < r_a$
diese Definition gilt nicht, falls das daraus folgende r_a grösser als der Gesichtsfeldradius R_g würde. In diesem Fall gilt $r_a := R_g$.

Wird der in dieser Weise bestimmte Radius r_a kleiner als R_g, so bedarf er noch einer Korrektur nach dem folgenden iterativen Verfahren : Man wiederholt die Definition (7-7) und das Kriterium (7-8), jetzt aber mit dem neuen Wert $\delta = 2r_a/N_{max}$ anstelle von $2R_g/N_{max}$, bis der erhaltene Radius r_a mit dem zugehörigen $\delta = 2r_a/N_{max}$ konsistent ist.

Die Bildpunktzahl N wird durch Abzählen der Fehlerscheibchen bestimmt, welche sich ohne Überlappung auf dem Durchmesser $2r_a$ anordnen lassen.

Unter Berücksichtigung der Abhängigkeit G(r) wurde die Bildpunktzahl nach folgendem Abzählalgorithmus bestimmt :

$$
\begin{aligned}
& r_1 = 0 \\
& r_2 = r_1 + G(r_1) \\
& \quad . \quad . \quad . \\
& \quad . \quad . \\
& r_{n+1} = r_n + G(r_n)
\end{aligned}
\tag{7-9}
$$

Der Zählvorgang wurde abgebrochen, sobald $r_{n+1} \geqslant r_a$.
Damit ist die Bildpunktzahl

$$N = N(M, \varepsilon_o) = 2n \qquad n \text{ aus (7-9)} . \tag{7-10}$$

Hier ist die Vergrösserung M als Argument mit aufgeführt, da von dieser nicht nur die Lage der Zwischenbildebene abhängt, sondern unter Umständen auch die durch den Parameter ε gekennzeichnete Begrenzung durch das Bildaufzeichnungsverfahren.

8. Systematische Untersuchung verschiedener Elektrodenkonfigurationen

Durch systematische Variation der Elektrodenanordnung und der Elektrodenkonturen wurden die Eigenschaften von Filterlinsen in Abhängigkeit von ihren geometrischen Parametern untersucht und in Diagrammen festgehalten. Die zur Konstruktion einer Filterlinse mit geforderten Eigenschaften erforderlichen Abmessungen und Betriebsdaten können dann diesen Diagrammen entnommen werden, soweit sie darin enthalten sind. Wesentliche Parameter zur Beschreibung der Eigenschaften von Filterlinsen sind :

I) der Filterparameter (relative Überschussenergie im Sattelpunkt) η_m für das Brechkraftmaximum 2. Ordnung(5. 2). Bei vorgegebenem ϕ_s erhält man mit der Linsenkonstanten γ und (5-4) bzw. (5-5) die Elektrodenpotentiale U_A und U_M . Wenn $\gamma = \eta_m$ ist, liegt die Mittelelektrode auf Kathodenpotential (Unipolarschaltung) .

II) die Bildpunktzahl N und der abbildbare Bereich $2r_a$ als Kriterien für die Abbildungsgüte der Linse.

III) die Verzeichnung sowie die Bildfehlerkoeffizienten nach(6-4), soweit sie zum Verständnis von II) notwendig sind.

Die Bildfehlerkoeffizienten hängen von der Vergrösserung M ab, die Bildpunktzahl und der abbildbare Bereich zusätzlich vom Verhältnis $\varepsilon_o = E_o/e\phi_s$. Um die Ergebnisse miteinander vergleichen zu können, beziehen sich im folgenden alle Angaben auf den Grenzfall hoher Vergrösserung. Die Bildpunktzahlen auf dem abbildbaren Bereich wurden für die Filterspannungen ϕ_s = 5. 9V und 11. 8V bei einer angenommenen Energiebreite von E_o = 1eV der Austrittsverteilung der Elektronen an der Kathode berechnet. Da die Bildpunktzahl vom Verhältnis $\varepsilon_o = E_o/e\phi_s$, nicht aber von E_o und ϕ_s einzeln abhängt, ist sie für ϕ_s = 11. 8V und E_o = 1eV, d.h. ε_o = 1/11. 8 = 0. 085 identisch mit der für ϕ_s = 5. 9V und E_o = 0. 5eV. Der Radius r_a des abbildbaren Bereichs wurde jeweils nur für den Fall ε_o = 0. 169 bestimmt,

der zu kleineren Bildpunktzahlen führt als $\varepsilon_o = 0.085$. Da r_a praktisch kaum von ε_o abhängt, wurde der für $\varepsilon_o = 0.169$ berechnete Radius r_a auch der Bestimmung der Bildpunktzahl N für $\varepsilon_o = 0.085$ zugrundegelegt.

Im Verlauf der Untersuchungen zeigte sich, dass der Einfluss der Bohrungsradien der Aussenelektroden auf die Eigenschaften der Filterlinsen vernachlässigbar klein ist. Daher wurde der Bohrungsbereich der Aussenelektroden bei den Berechnungen nicht mehr variiert. Die Bohrungsradien sollten so gewählt werden, dass sie einerseits ein hinreichend schnelles Abklingen des Feldes innerhalb der Bohrung bewirken, andererseits aber das Gesichtsfeld nicht beschneiden.

8.1 Symmetrische Anordnungen von Elektroden mit rechteckigem Querschni

Die systematischen Untersuchungen wurden zunächst auf symmetrische Anordnungen aus drei dicken Lochblenden mit rechteckigem Querschnitt beschränkt. Anordnungen dieser Art wurden bereits von W. Stenzel(1970) experimentell untersucht.

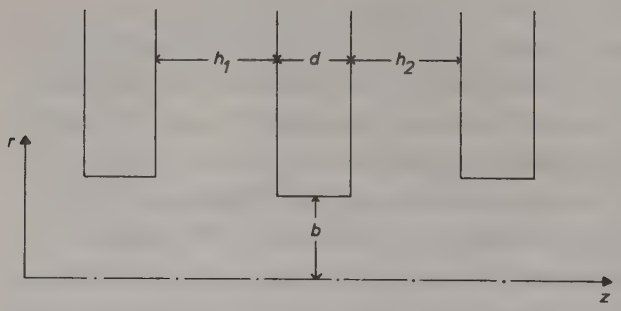

Abb. 12 Definition der variierten geometrischen Parameter

(8-2)

d Dicke der Mittelelektrode

b Bohrungsradius der Mittelelektrode

h_1, h_2 Abstände der Aussenelektroden von der Mittelelektrode

$h = h_1 + h_2$

Die Abhängigkeit des Filterparameters η_m von den geometrischen Parametern h/b und d/b ist in den Abbildungen 13 und 14 dargestellt. Die von W. Stenzel bei U_A = 50kV experimentell für das zweite Brechkraftmaximum ermittelte Abhängigkeit des Filterparameters $\eta_m = \phi_s/U_A$ von den Elektrodenabmessungen wurde durch die Berechnungen bestätigt. Sollen bei dieser Grössenordnung der Beschleunigungsspannung U_A Energieverluste der Grössenordnung 6eV ausgeblendet werden, so benötigt man Filterparameter der Grössenordnung $\eta_m \approx 10^{-4}$. Nach Abb. 13 und 14 kann man η_m umso kleiner machen, je grösser man h/b wählt. Wenn die Filterlinse aber keine allzu unhandlichen Abmessungen annehmen soll, sind ihrer Länge, die grösser als h ist, praktische Grenzen gesetzt.

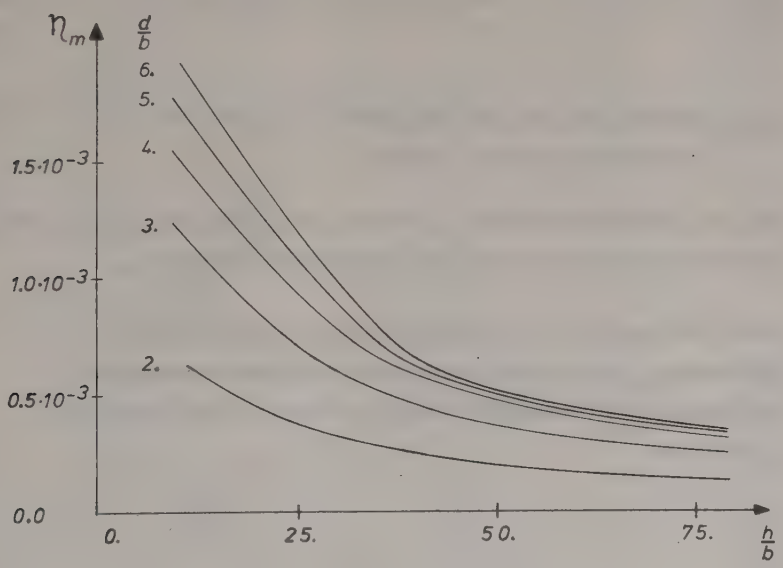

Abb. 13 Abhängigkeit des Filterparameters η_m im zweiten Brechkraftmaximum von h/b

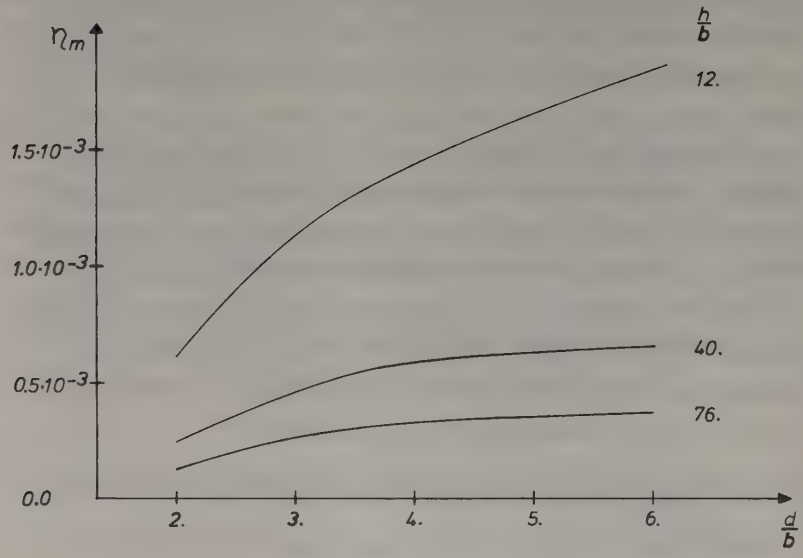

Abb. 14 Abhängigkeit des Filterparameters η_m im zweiten Brechkraftmaximum von d/b

Mit der Linsenkonstanten δ^* (5-3) (Abb. 15) und dem Filterparameter η_m erhält man mit (5-5) das Potential der Mittelelektrode U_M .

In den Abbildungen 16, 17 und 18 sind die Bildpunktzahl N, der Radius r_a des abbildbaren Bereichs und die asymptotische Brennweite v in Abhängigkeit von den geometrischen Parametern aufgetragen.

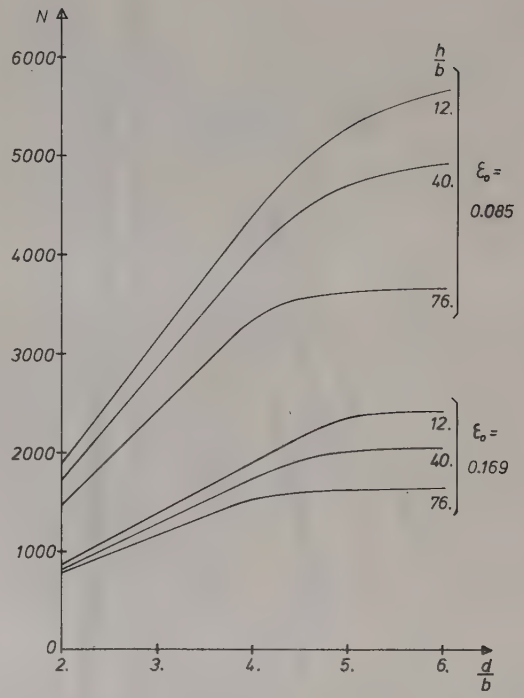

Abb. 16 Bildpunktzahl N für

$\varepsilon_0 = 0.169$ bzw. $\varepsilon_0 = 0.085$

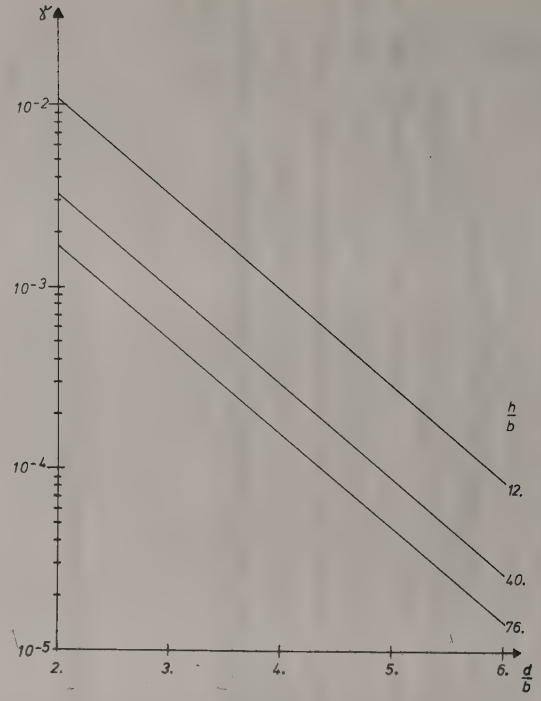

Abb. 15 Abhängigkeit der Linsenkonstanten χ von d/b und h/b

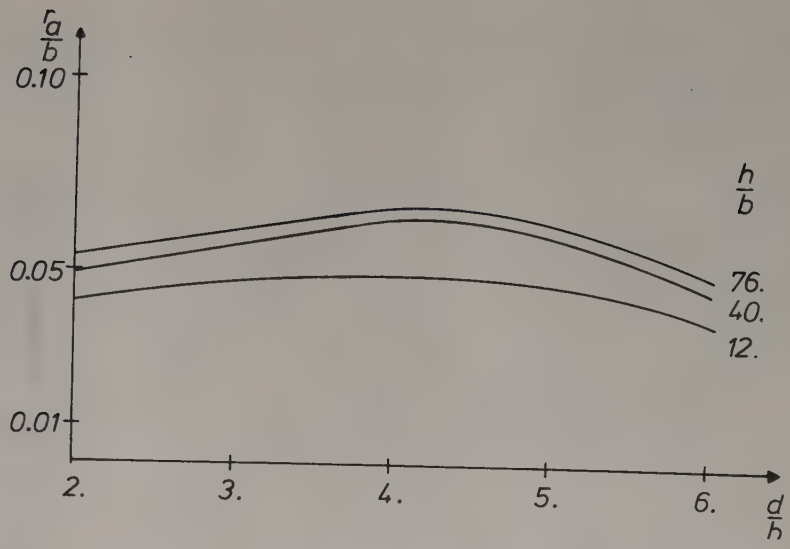

Abb. 17 Abbildbarer Bereich r_a/b für $\varepsilon_o = 0.169$

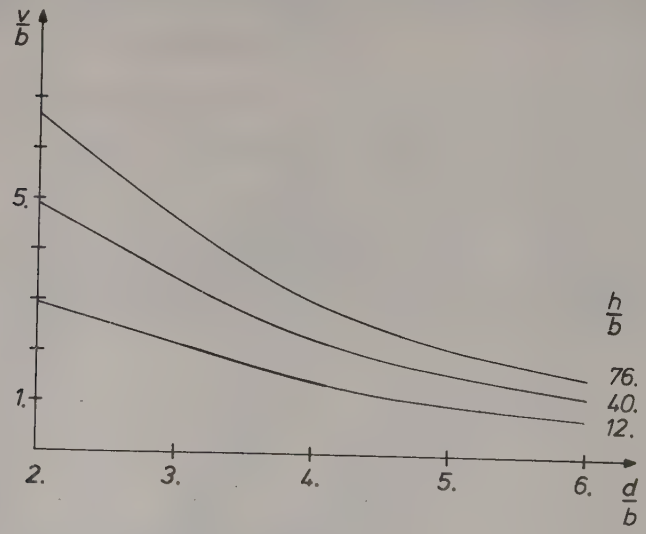

Abb. 18 Asymptotische Brennweite v

Nach Abb. 17 ist in all diesen Anordnungen der Radius r_a des abbildbaren Bereichs um mehr als den Faktor 15 kleiner als der Bohrungsradius b. Dies liegt daran, dass die Elektronen in der Nähe des Potentialsattels so grosse Achsenabstände erreichen (vgl. Abb. 8), dass sie schon für relativ kleine r_o den Potentialsattel nicht mehr überwinden können. Um ein grösseres Gesichtsfeld zu erreichen, muss eine Anordnung gefunden werden, in der die Elektronenbahnen in der Umgebung des Potentialsattels näher an der Achse verlaufen.

In Abb. 19 wird der Verzeichnungskoeffizient 3. Ordnung $(u|u^2\bar{u})$ dem effektiven Verzeichnungskoeffizienten E für den Bildrand (6-24) gegenübergestellt. Während E bei Variation von d/b sein Vorzeichen wechselt, also tonnen- und kissenförmige Verzeichnung liefert, ist $(u|u^2\bar{u})$ stets positiv.

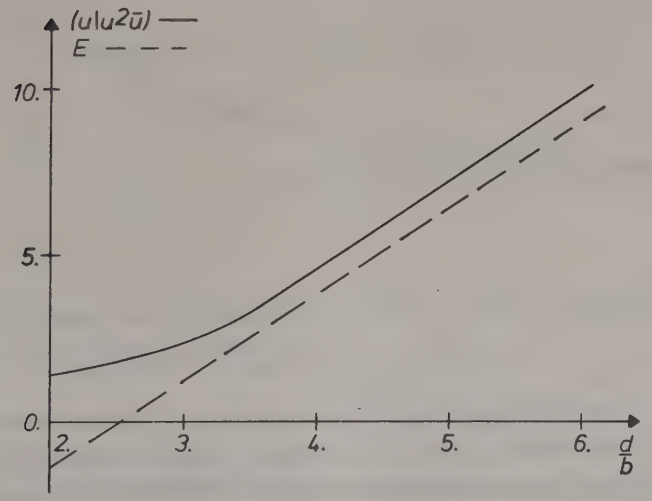

Abb. 19 Verzeichnungskoeffizient 3. Ordnung $(u|u^2\bar{u})$ und effektiver Verzeichnungskoeffizient E am Bildrand für h/b = 76.

8.2 Unsymmetrische Anordnungen mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt

Zur Untersuchung unsymmetrischer Anordnungen mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt wird ein Symmetrieparameter Γ eingeführt :

$$\Gamma := \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} = \frac{2h_1}{h} - 1$$

(8-3) $\quad -1 < \Gamma < 1$

$\Gamma = 0$ symmetrischer Fall

Da beide Aussenelektroden nach Voraussetzung auf gleichem Potential liegen, ist $\eta_m(\Gamma) = \eta_m(-\Gamma)$ und $\gamma(\Gamma) = \gamma(-\Gamma)$ (Abb. 20).

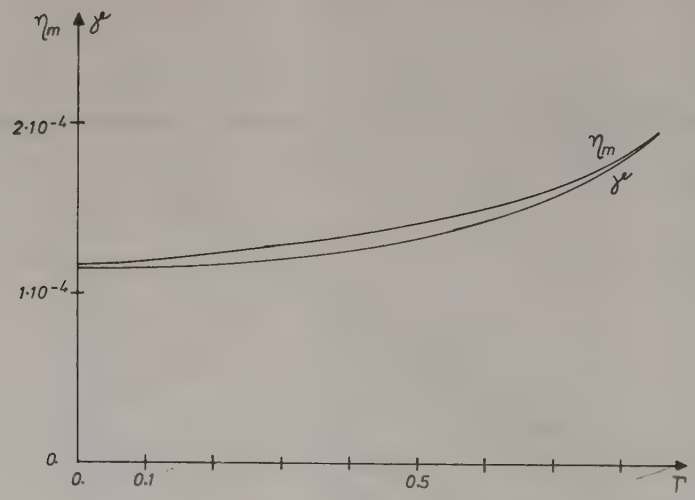

Abb. 20 η_m und γ in Abhängigkeit vom Symmetrieparameter Γ .
(h/b = 158.5 ; d/b = 3.73)

Die Parameterwerte d/b und h/b, für die der Einfluss der Unsymmetrie im folgenden untersucht wird, wurden unter Berücksichtigung der in Abb. 16 und 17 mitgeteilten Daten ausgewählt . Dabei kommt es aber nicht

nur darauf an, einen Kompromiss zwischen möglichst grossem abbildbaren Bereich und möglichst hoher Bildpunktzahl zu finden. Vielmehr wurde unter Verwendung von Abb. 13 auch darauf geachtet, dass η_m nicht zu gross wird. Will man beispielsweise Energieverluste von 6eV bei einer Beschleunigungsspannung von U_A = 40kV ausfiltern, so darf η_m nicht grösser als $1.5 \cdot 10^{-4}$ werden.

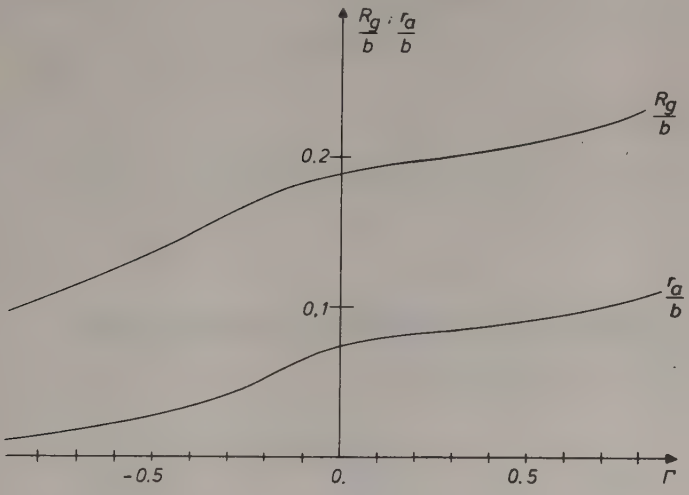

Abb. 21 Radius des abbildbaren Bereichs r_a/b und Gesichtsfeldradius R_g/b. ($h/b = 158.5$; $d/b = 3.73$)

Mit zunehmendem Γ vergrössert sich zwar der abbildbare Bereich(Abb. 21), wegen der gleichzeitigen Zunahme der axialen Fehler ist aber die Bildpunktzahl bei asymmetrischer kleiner als bei symmetrischer Anordnung ($\Gamma = 0$)(Abb. 22).

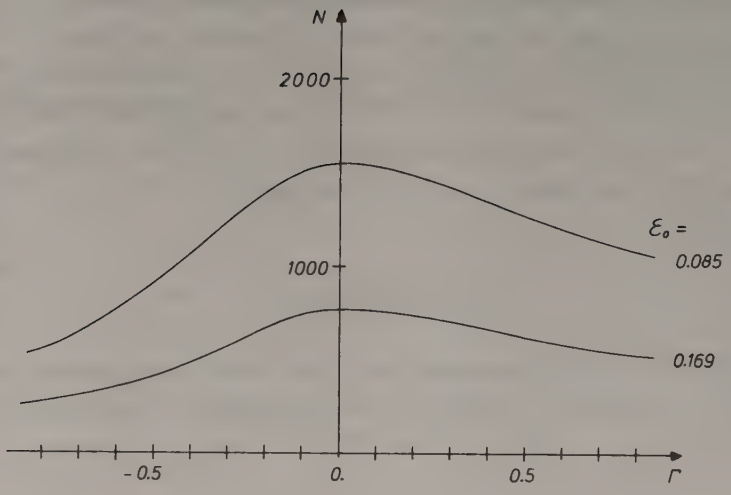

Abb. 22 Bildpunktzahl N in Abhängigkeit von der Symmetrie Γ .
(h/b = 158.5 ; d/b = 3.73)

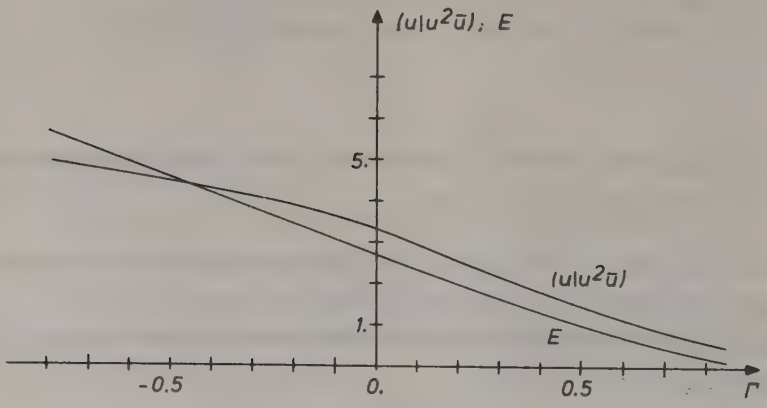

Abb. 23 Verzeichnungskoeffizient 3. Ordnung $(u|u^2\bar{u})$ und effektiver Verzeichnungskoeffizient E am Bildrand. (h/b = 158.5 ; d/b = 3.73)

8.3 Variation der Form der Mittelelektrode im Bohrungsbereich

Nach der Untersuchung der einfachsten Anordnungen (8.1, 8.2) wurde versucht, durch Variation der Form der Mittelelektrode im Bohrungsbereich Bildpunktzahl und abbildbaren Bereich zu beeinflussen. Ausgehend von einer symmetrischen Anordnung wurden die Linseneigenschaften für verschiedene Bohrungskonturen (Abb. 24) unter Beibehaltung von h/b = 94.34 und d/b = 3.73 berechnet.

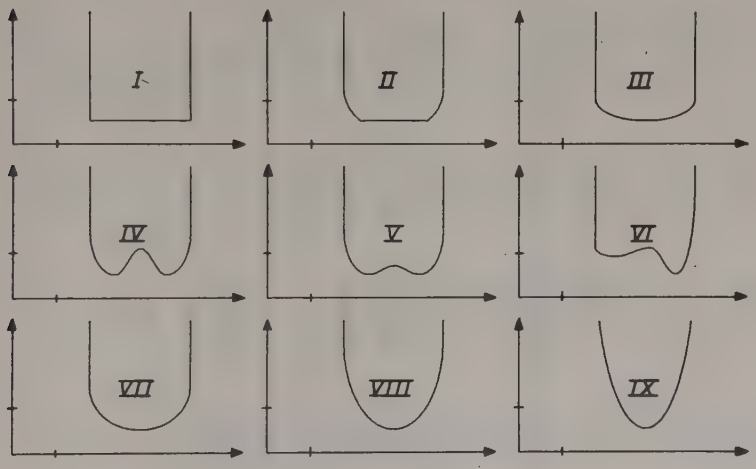

Abb. 24 Bohrungskonturen der Mittelelektroden

Die Variation der Kontur wurde dabei so vorgenommen, dass die rechteckige Form des Typs I (Abb. 24) durch verschiedene Kurvenzüge bei festem minimalen Bohrungsradius ersetzt wurde. Die Ergebnisse der Berechnungen für $\varepsilon_o = 0.169$ sind in Tabelle 3 geordnet nach fallenden Werten von η_m aufgeführt. Zum Vergleich wurden in Tabelle 4 die Eigenschaften einiger symmetrischer Filterlinsen mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt (Typ(II) bis Typ(IX)) und h/b=76 gegenübergestellt.

Tabelle 3 ($\varepsilon_o = 0.169$)

Linse	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
$\eta_m \cdot 10^3$	0.2524	0.2146	0.2128	0.2058	0.2049	0.1906	0.1718	0.1245	0.0888
$\gamma \cdot 10^3$	0.1927	0.4005	0.5542	0.6415	0.5674	1.4772	0.9396	1.6524	2.7284
$(U_M - \phi_s)/\phi_s$	-0.763	-1.866	-2.605	-3.118	-2.77	-7.76	-5.474	-13.29	-30.81
N	1234	970	914	928	922	792	708	490	354
r_a/b	0.0706	0.076	0.0807	0.0762	0.076	0.0843	0.0819	0.0715	0.0573
$(u\|u^2\bar{u})$	2.88	1.51	0.925	1.563	1.523	0.693	0.58	0.538	1.338
E	2.58	0.885	0.196	1.07	0.747	-0.202	-0.281	-1.617	-3.735
$(u\|u\varepsilon)$	-0.1815	-0.1345	-0.138	-0.1714	-0.173	-0.161	-0.153	-0.171	-0.251
$(u\|u\varepsilon^2)$	-1.454	-1.635	-1.7	-2.039	-2.061	-1.982	-1.832	-2.157	-3.098
$(u\|u\varepsilon^3)$	10.86	7.77	8.52	10.527	10.64	10.147	7.085	9.082	16.23
$(u\|u'\varepsilon)$	-3.468	-5.045	-5.91	-5.280	-5.361	-7.619	-7.89	-10.523	-11.664
$(u\|u'\varepsilon^2)$	1.665	2.651	3.126	2.792	2.796	4.272	4.887	11.04	16.226

Tabelle 4 ($\varepsilon_o = 0.169$)

Linse	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)	(VII)	(VIII)	(IX)
d/b	2.6	2.55	2.52	2.5	2.433	2.267	2.0	1.667
h/b	76.	76.	76.	76.	76.	76.	76.	76.
$\eta_m \cdot 10^3$	0.2146	0.2128	0.2058	0.2049	0.1906	0.1718	0.1245	0.0888
$\gamma \cdot 10^3$	0.8137	0.8636	0.8950	0.9166	0.9927	1.2096	1.6622	2.4710
$(U_M - \phi_s)/\phi_s$	-3.7939	-4.0609	-4.3519	-4.4766	-5.2125	-7.0481	-13.3716	-27.8930
N	1000	990	975	965	937	875	775	650
r_a/b	0.058	0.058	0.057	0.057	0.056	0.055	0.054	0.050
$(u \mid u^2 \bar{u})$	1.7022	1.6509	1.6217	1.6030	1.5444	1.4264	1.3180	1.0300
E	0.3449	0.2153	0.1375	0.0856	-0.0883	-0.5199	-1.2162	-2.0881
$(u \mid u\varepsilon)$	-0.1593	-0.1565	-0.1545	-0.1531	-0.1477	-0.1302	-0.0897	-0.0180
$(u \mid u\varepsilon^2)$	-1.9125	-1.8781	-1.8546	-1.8376	-1.7736	-1.5669	-1.0910	-0.2495
$(u \mid u\varepsilon^3)$	9.2437	9.0756	8.9593	8.8753	8.5563	7.5164	5.0983	0.7938
$(u \mid u'\varepsilon)$	-4.1219	-4.1817	-4.2179	-4.2422	-4.3244	-4.5332	-4.8850	-5.3511
$(u \mid u'\varepsilon^2)$	2.2290	2.2832	2.3163	2.3386	2.4151	2.6150	2.9680	3.4625

Der Wert des Verhältnisses d/b wurde jeweils so gewählt, dass der Wert von η_m jeweils mit dem in Tabelle 3 übereinstimmt. Der Vergleich zeigt, dass sich zu jeder der Linsen mit gekrümmter Kontur der Mittelelektrode eine Vergleichslinse mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt und höherer Bildpunktzahl bei gleichem η_m finden lässt. Der Grund dafür liegt in den kleineren axialen Fehlerkoeffizienten. Für die in Tab. 4 aufgeführten Linsen mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt ändern sich sämtliche in der Tabelle angeführten Grössen monoton mit η_m. Für die in Tab. 3 aufgeführten Daten ist das nicht der Fall, weil sich bei einer allgemeineren Variation der Kontur der Mittelelektrode nicht nur die Differenz $(U_M - \phi_s)$, sondern auch die durch (5-1) definierte Funktion $f(\vec{r})$ in weniger übersichtlicher Weise ändert. Der Radius des abbildbaren Bereichs ist bei den in Tab. 3 aufgeführten Linsen mit gekrümmter Elektrodenkontur maximal um einen Faktor 1.5 grösser als bei den Vergleichslinsen der Tab. 4, bleibt aber kleiner als ein Zehntel des Bohrungsradius. Wegen der geringeren Bildpunktzahl scheint jedoch der zum Bau der Linsen mit gekrümmter Elektrodenkontur erforderliche feinmechanische Aufwand nicht gerechtfertigt.

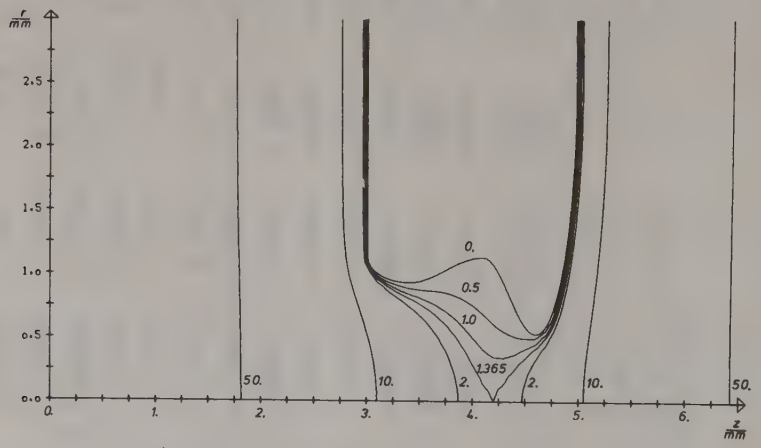

Abb. 25 Äquipotentiallinien im Bohrungsbereich einer Mittelelektrode des Typs VI (Potentialwerte in Volt).

8.4 Symmetrische Anordnungen mit T-förmiger Mittelelektrode

Da sich der abbildbare Bereich durch Variation der Form des achsennahen Bereichs der Mittelelektrode bei konstanter Dicke d nicht wesentlich vergrössern lässt, wurde die Gestalt der Mittelelektrode in anderer Weise variiert (vgl. Abb. 26), wobei die Quotienten h/b = 94.34 und d/b = 3.73 konstant gehalten wurden.

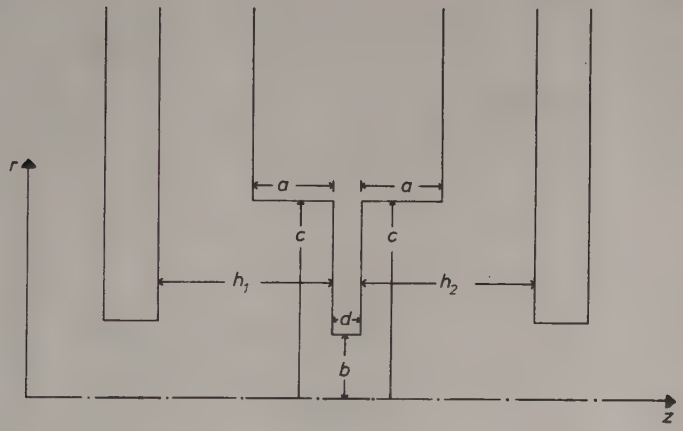

Abb. 26 Definition der Parameter a und c

a) Variation des Parameters c bei festem a/b = 23.6

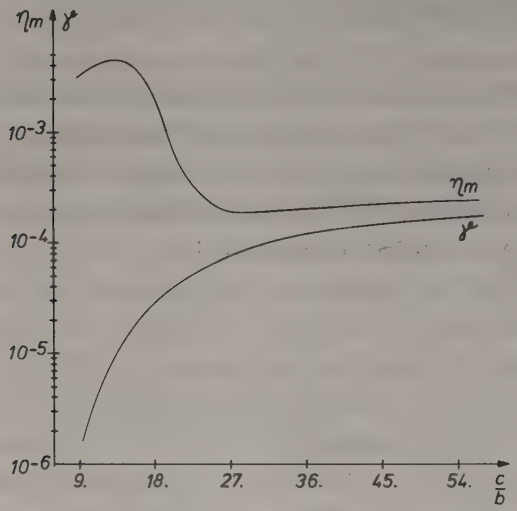

Abb. 27
Filterparameter η_m
und Linsenkonstante γ

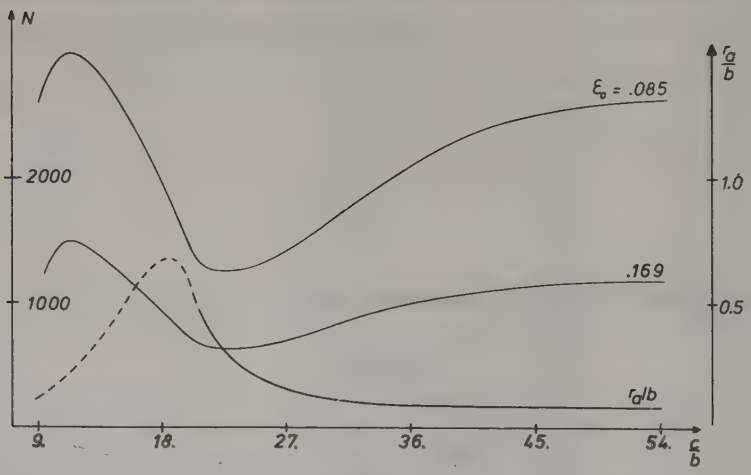

Abb. 28 Bildpunktzahl N und abbildbarer Bereich . Im unterbrochen gezeichneten Teil von r_a/b wird der abbildbare Bereich nicht durch die Grösse des Bildfehlerscheibchens, sondern das Auftreffen der Elektronen auf die Mittelelektrode begrenzt.

Man erreicht eine Zunahme des Durchmessers des abbildbaren Bereichs auf fast 70% des Bohrungsdurchmessers. Da das Maximum von r_a/b nahe bei einem Minimum von N liegt, kann dieser Bereich nicht mit der maximal erreichbaren Bildpunktzahl abgebildet werden. Dennoch erhält man etwa für c/b = 17 einen Durchmesser von $2r_a = 0.63 \cdot 2 \cdot b$ bei 1000 Bildpunkten ($\varepsilon_o = 0.169$) und einer relativen maximalen Verzeichnung (6-25) $|E^*| < 0.6\%$, allerdings mit dem relativ hohen Wert $\eta_m = 2.8 \cdot 10^{-3}$. Die Abhängigkeit der Bildpunktzahl N und des abbildbaren Radius r_a von c/b in der Umgebung ihrer Extrema bei $c/b \approx 20$ wird im wesentlichen durch die axialen Farbfehlerkoeffizienten $(u|u'\varepsilon^j)$ bestimmt, die in diesem Bereich den dominierenden Beitrag zum Bildfehlerscheibchen liefern (Abb. 29).

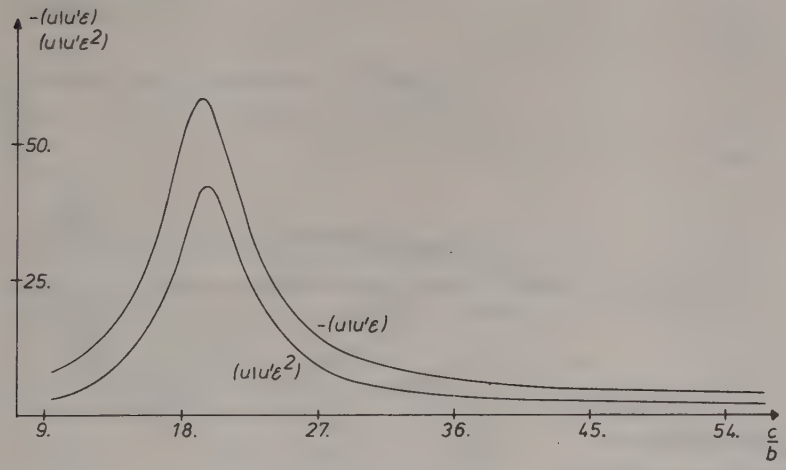

Abb. 29 Axiale Farbfehlerkoeffizienten $(u|u'\varepsilon)$ und $(u|u'\varepsilon^2)$

Auch ist das axiale Farbfehlerscheibchen in diesem Bereich so gross, dass das Kriterium (7-8) auf $r_a = R_g$ führt. In diesem für praktische Filterlinsen interessanten Bereich scheint daher die von manchen Autoren (Campbell 1967, Wilska 1970) geäusserte Ansicht, dass axiale Farbfehler für die Beurteilung der Qualität von Filterlinsen bei kleiner Strahlapertur

praktisch keine Rolle spielen, nicht zutreffend. Die Abnahme von r_a/b und die Zunahme von N für grössere Werte des Verhältnisses c/b ist dagegen vorwiegend durch die Farbfehlerkoeffizienten der Vergrösserung $(u|u\varepsilon^j)$ bestimmt (Abb. 30), die für $c/b > 30$ den überwiegenden Beitrag zum Bildfehlerscheibchen liefern. Der Öffnungsfehlerkoeffizient $(u|u'^2\bar{u}')$ zeigt qualitativ denselben Verlauf wie die axialen Farbfehlerkoeffizienten mit einem noch ausgeprägteren Maximum. Er wirkt sich aber wegen der geringen Einfallsneigungen der Elektronenbahnen nicht auflösungsbeschränkend aus.

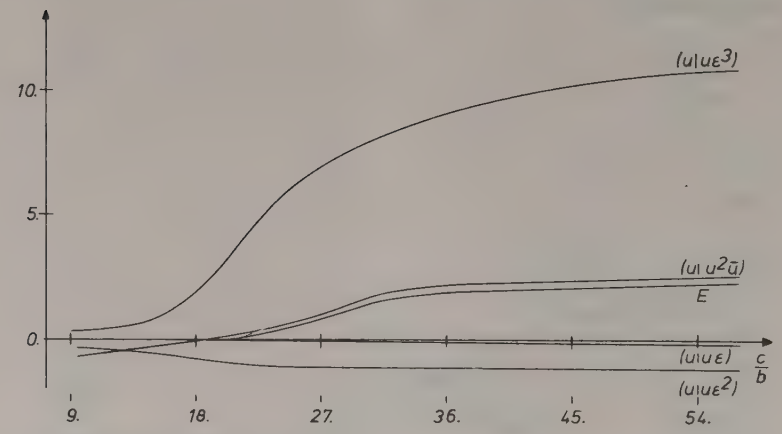

Abb. 30 Farbfehlerkoeffizienten der Vergrösserung $(u|u\varepsilon)$, $(u|u\varepsilon^2)$, $(u|u\varepsilon^3)$ und Verzeichnungskoeffizienten $(u|u^2\bar{u})$, E.

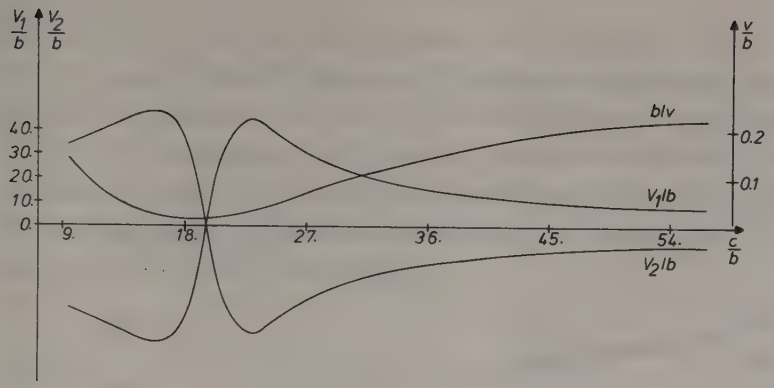

Abb. 31 Asymptotische Brennpunktslagen V_1/b, V_2/b und reziproke asymptotische Brennweite b/v im Brechkraftmaximum 2. Ordnung. (Linsenmitte : z = 0)

b) Variation des Parameters a für festes c/b.
(c/b = 11.3, 18.9, 28.3)

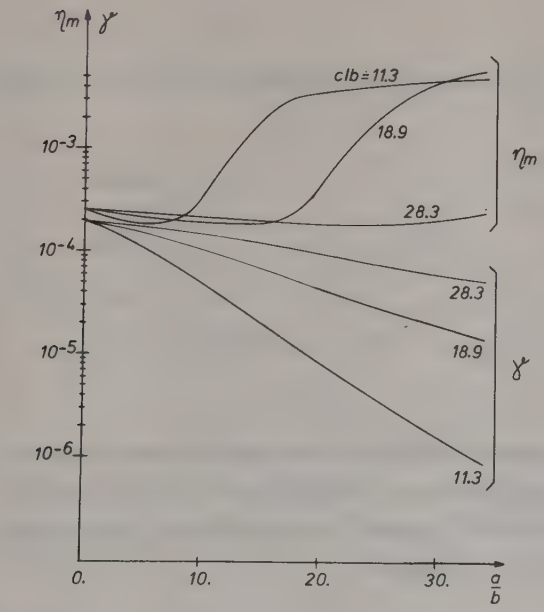

Abb. 32
Filterparameter η_m und Linsenkonstante γ

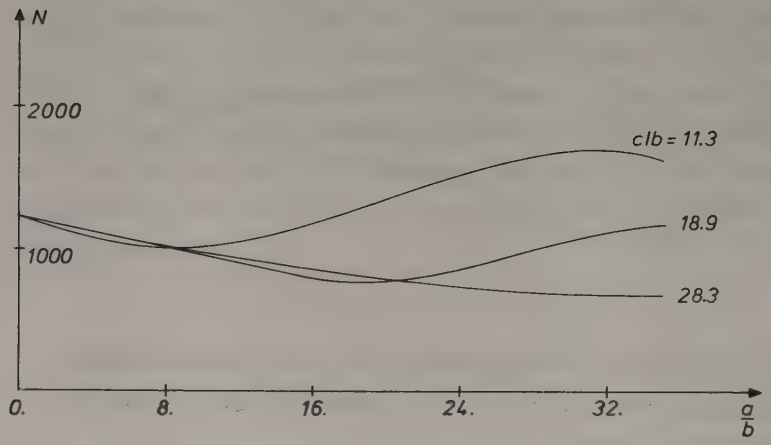

Abb. 33 Bildpunktzahl N ($\varepsilon_o = 0.169$)

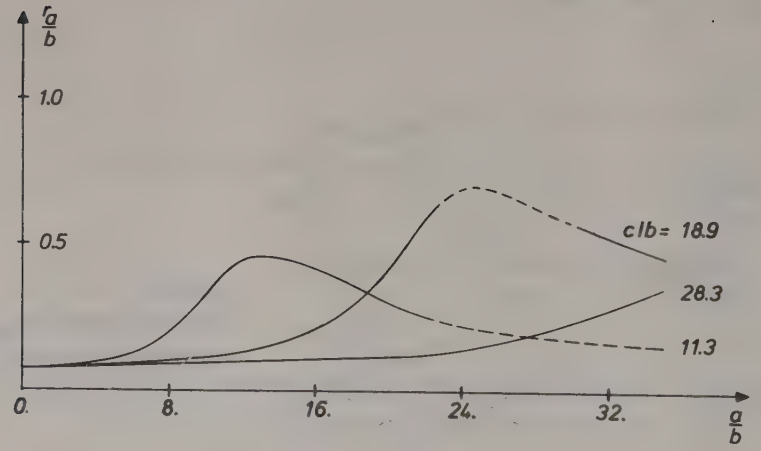

Abb. 34 Abbildbarer Bereich. Im unterbrochen gezeichneten Teil der Kurven wird der abbildbare Bereich nicht durch die Grösse des Bildfehlerscheibchens, sondern das Auftreffen der Elektronen auf die Mittelelektrode begrenzt.

Wie bei der Variation von c liegen auch bei der Variation von a die Maxima von r_a/b und die Minima von N benachbart. Daher ist es nicht möglich, eine Anordnung zu finden, welche es gestattet, den maximal erreichbaren abbildbaren Bereich mit der maximal erreichbaren Bildpunktzahl abzubilden. Die Verzeichnung ist geringer für eine Anordnung mit $a \neq 0$ als für die entsprechende Anordnung mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt ($a = 0$) (Abb. 35).

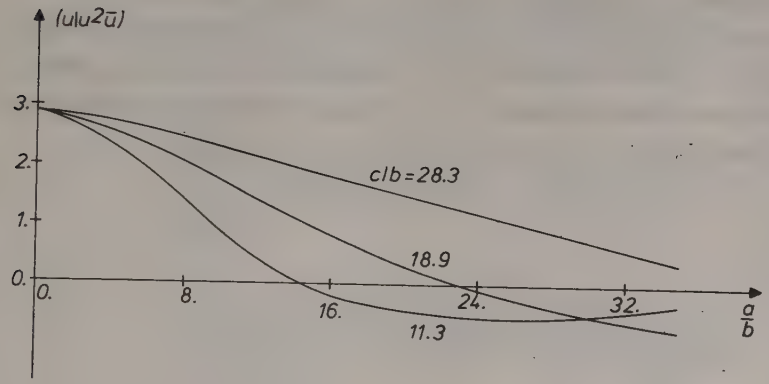

Abb. 35 Verzeichnungskoeffizient 3. Ordnung ($u|u^2\bar{u}$)

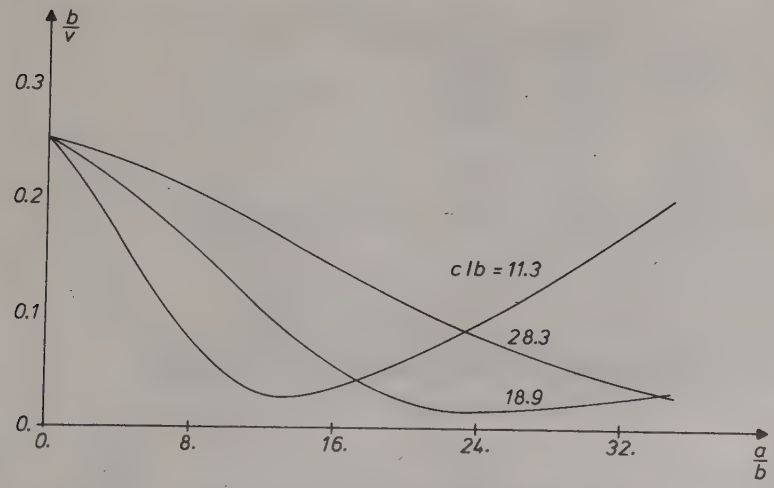

Abb. 36 Reziproke asymptotische Brennweite b/v

8.5 Abwandlungen der T-förmigen Mittelelektrode

Der Einfluss von Abweichungen von der T-förmigen Kontur der Mittelelektrode wurde an vier Beispielen (Abb. 37) untersucht. In Tabelle 5 sind die Eigenschaften von Filterlinsen mit Mittelelektroden der Form I bis IV aufgeführt. Wie im Fall der Mittelelektroden mit krummliniger Kontur im Bohrungsbereich, lassen sich auch hier Elektrodenanordnungen des in Kapitel 8.1 bzw. 8.4 behandelten Typs (durch eine Klammer gekennzeichnet) mit gleichen Werten für den Filterparameter η_m finden. Deren ebenfalls in Tab. 5 aufgeführten Daten zeigen, dass sich für jede Filterlinse der in Abb. 37 dargestellten Art eine äquivalente Konfiguration mit T-förmiger Mittelelektrode finden lässt.

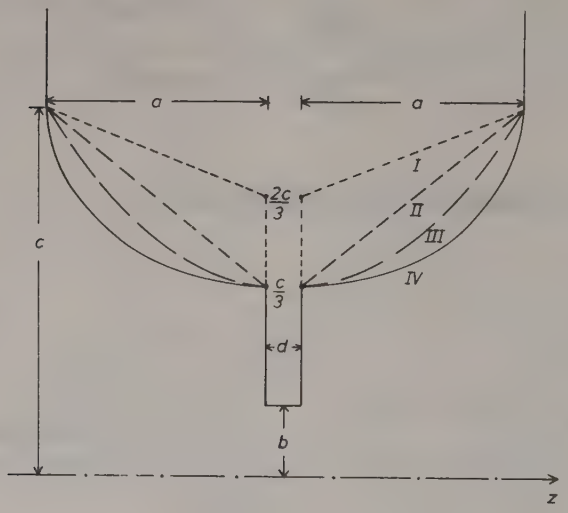

Abb. 37 Mittelelektroden mit Abweichungen von der T-Gestalt
(h/b = 94.34 ; d/b = 3.73 ; a/b = 23.6 ; c/b = 18.9)

Tabelle 5

	η_m	h/b	d/b	a/b	c/b	r_a/b	$N(\varepsilon_o = .169)$	$(u\|u^2\bar{u})$	$(u\|u^3\bar{u}^2)$
I	$0.1898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	23.6	18.9	0.175*	774	0.9394	-5.1796
I(1)	$0.1898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	6.8	11.3	0.150	1020	1.7251	-25.564
I(2)	$0.1898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	10.0	18.9	0.110	960	1.7510	-13.817
I(3)	$0.1898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	15.2	18.9	0.185	820	0.9500	-3.5562
I(4)	$0.1898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	27.0	28.3	0.180	700	1.0	-4.8451
I(5)	$0.1898 \cdot 10^{-3}$	76.	2.4	0.		0.056	925	1.5178	-570.87
II	$0.2898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	23.6	18.9	0.328	760	0.3247	-1.0835
II(1)	$0.2898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	9.5	11.3	0.285	1000	1.0100	-12.004
II(2)	$0.2898 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	18.6	18.9	0.322	770	0.5100	-1.4744
II(3)	$0.2898 \cdot 10^{-3}$	76.	3.23	0.		0.062	1250	2.6923	-138.99
III	$1.4556 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	23.6	18.9	0.572*	982	-0.1167	0.8758
III(1)	$1.4556 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	23.6	18.7	0.680*	850	0.0440	0.2807
III(2)	$1.4556 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	14.	11.3	0.450	1100	0.0510	1.1167
III(3)	$1.4556 \cdot 10^{-3}$	12.	4.1	0.		0.049	1950	4.0880	-3.6477
IV	$2.7198 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	23.6	18.9	0.454*	1140	-0.2937	3.8523
IV(1)	$2.7198 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	23.6	17.1	0.635*	1020	-0.0750	0.8569
IV(2)	$2.7198 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	16.4	11.3	0.405	1200	-0.2500	2.2725
IV(3)	$2.7198 \cdot 10^{-3}$	94.34	3.73	26.2	18.9	0.680*	940	-0.2520	0.7645

Die durch * gekennzeichneten abbildbaren Bereiche r_a/b werden nicht durch die Grösse des Bildfehlerscheibchens, sondern das Auftreffen der Elektronen auf die Mittelelektrode begrenzt.

8.6 Asymmetrische T-förmige Mittelelektroden

Für eine Elektrodenkonfiguration mit h/b = 94.34, d/b = 3.73 und c/b = 18.9 sind in Tabelle 6 die Eigenschaften von Filterlinsen mit asymmetrischer Mittelelektrode (Abb. 38) aufgeführt.

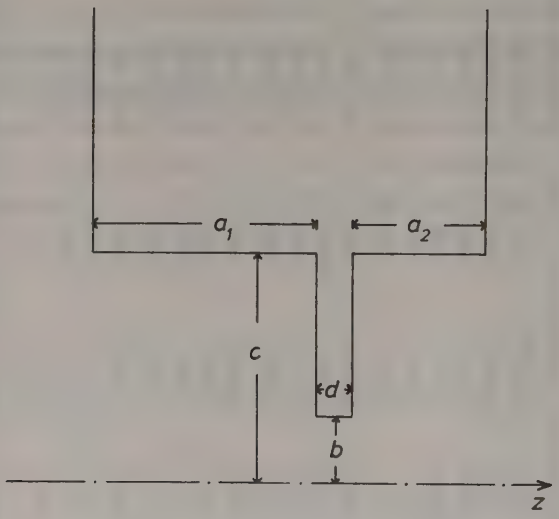

Abb. 38 Asymmetrische Mittelelektroden

Auch hier liegt jeweils ein Maximum des abbildbaren Radius nahe bei einem Minimum der Bildpunktzahl, so dass in der Regel mit steigender Bildpunktzahl der Radius des abbildbaren Bereichs abnimmt und umgekehrt. Wesentliche Verbesserungen im Sinne hoher Bildpunktzahl bei gleichzeitig grossem abbildbaren Bereich konnten bei Verwendung einer asymmetrischen statt einer symmetrischen Mittelelektrode also nicht erzielt werden.

Tabelle 6

a_1/c	a_2/c	η_m	r_a/b	$N(\varepsilon_o=.169)$	$N(\varepsilon_o=.085)$	$(u\|u^2\bar{u})$	$(u\|u^3\bar{u}^2)$
1.25	1.25	$1.4939\cdot10^{-3}$	0.681	840	1740	-0.0443	0.1969
1.25	1.90	$3.2852\cdot10^{-3}$	0.727	1120	2700	-0.0502	0.2056
1.25	0.60	$0.5739\cdot10^{-3}$	0.612	650	1182	0.1798	0.0077
1.25	0.	$0.6713\cdot10^{-3}$	0.602	702	1272	0.1508	0.0868
1.90	1.25	$3.2852\cdot10^{-3}$	0.379*	1320	3100	0.0997	-2.2918
0.60	1.25	$0.5739\cdot10^{-3}$	0.146	1190	2580	0.4100	-67.862
0.	1.25	$0.6713\cdot10^{-3}$	0.085	1578	3838	0.5509	-239.19

(* vergl. Tab. 5)

Tabelle 7

g/f	f/b	η_m	r_a/b	$N(\varepsilon_o=.169)$	$N(\varepsilon_o=.085)$	$(u\|u^2\bar{u})$	$(u\|u^3\bar{u}^2)$
0.		$0.2524\cdot10^{-3}$	0.070	1234	2776	2.8826	-46.046
0.5	18.9	$0.2768\cdot10^{-3}$	0.064	1428	3224	3.3581	-104.19
1.	18.9	$0.3393\cdot10^{-3}$	0.061	1524	3474	3.4725	-117.52
1.5	18.9	$0.4390\cdot10^{-3}$	0.058	1602	3712	3.5576	-131.04

8.7 Variation der Kontur der Aussenelektroden bei symmetrischer Elektrodenanordnung

Ausgehend von einer symmetrischen Anordnung aus Elektroden mit rechteckigem Querschnitt (8.1) (h/b = 94.34, d/b = 3.73) wurde die Kontur der Aussenelektroden nach Abb. 39 variiert. Nur die der Mittelelektrode zugewandte Seite der Elektroden beeinflusst die Potentialverteilung innerhalb der Anordnung. In Tabelle 7 sind der Filterparameter η_m, der abbildbare Bereich, die Bildpunktzahl N für $\varepsilon_o = 0.169$ und $\varepsilon_o = 0.085$ sowie die Verzeichnungskoeffizienten 3. und 5. Ordnung für drei Beispiele aufgeführt. Mit zunehmendem g nimmt der Radius des abbildbaren Bereichs bei gleichzeitiger Zunahme der Bildpunktzahl ab.

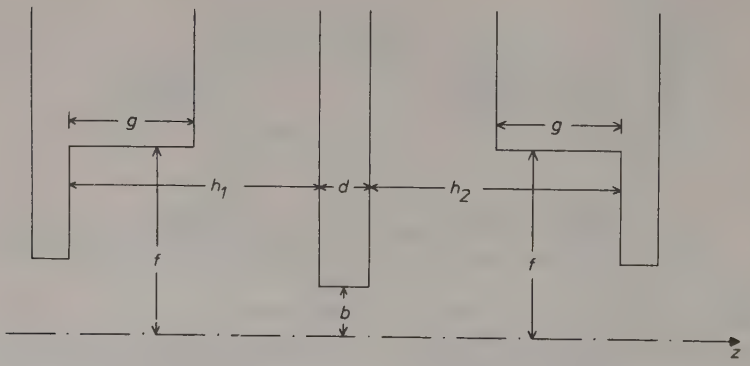

Abb. 39 Variation der Kontur der äusseren Elektroden

9. Beispiele für Filterlinsen mit verschiedenen Anforderungen

Das Kapitel 8. zeigt, dass innerhalb jedes symmetrischen Konfigurationstyps die Bildpunktzahl N mit wachsendem Filterparameter η_m zunimmt. Bei Filterlinsen mit rechteckigem Elektrodenquerschnitt lassen sich hohe Bildpunktzahlen erreichen, aber nur auf einem sehr kleinen abbildbaren Bereich. Mit Filterlinsen T-förmiger Mittelelektrode erhält man bei geringerer Bildpunktzahl einen grossen abbildbaren Bereich. Das Maximum für den abbildbaren Bereich liegt in der Nähe des Minimums für die Bildpunktzahl. Daher ist die Konfiguration mit maximaler Bildpunktzahl stets eine andere als diejenige mit dem maximalen abbildbaren Bereich.
Gleichzeitige Forderungen an η_m, r_a/b und N lassen sich im allgemeinen nur annähernd erfüllen. Bei Vorgabe eines der drei Parameter erhält man bei jedem Konfigurationstyp für die beiden anderen Parameter Intervalle. Als Beispiele werden vier Filterlinsen mit verschiedenen Anforderungen vorgeschlagen.

9.1 Filterlinse für U_A = 60kV

Um mittels einer Filterlinse Elektronen mit Energieverlusten grösser als 5.9eV auszufiltern benötigt man eine Anordnung mit dem Filterparameter $\eta_m = 0.9833 \cdot 10^{-4}$ (5-4). Nach Abb. 13 bzw. 14 erreicht man dies am einfachsten mit einer symmetrischen Anordnung von Elektroden mit rechteckigem Querschnitt und grossem h/b. Für eine Filterlinse mit h/b = 163.9 und d/b = 2.665 wurden folgende Eigenschaften errechnet:

U_A = 60kV $\quad U_M$ = -17.69V $\quad (\gamma = 0.393 \cdot 10^{-3})$
r_a/b = 0.073
N = 704 für E_o = 1eV bei ϕ_s = 5.9V
N = 1406 für E_o = 0.5eV
$(u|u^2\bar{u})$ = 1.9 $\quad (u|u^3\bar{u})$ = -428.6
Damit liegt die maximale relative Verzeichnung (vgl. (6-25)) unter 0.3% .
Kardinalelemente : (Linsenmitte z = 0)
V_1/b = 16.3 ; V_2/b = -16.3 ; v/b = 7.93

9.2 Filterlinse mit grossem abbildbaren Bereich

Fordert man unter Verzicht auf hohe Bildpunktzahlen einen sehr grossen abbildbaren Bereich ($r_a/b > 1$), so erreicht man dies nach (8.4) mit einer Anordnung mit T-förmiger Mittelelektrode. Es wird eine symmetrisch Anordnung mit den geometrischen Parametern
$h/b = 159.2$, $d/b = 2.59$, $a/b = 39.8$ und $c/b = 31.2$ vorgeschlagen.
Eigenschaften bei einer Filterspannung $\phi_s = 5.9V$:

$\eta_m = 1.577 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\gamma = 0.703 \cdot 10^{-4}$
$U_A = 3.74kV$ $\qquad$ $U_M = 5.64V$
$r_a/b = 1.25$
$N = 652$ $\qquad$ für $E_o = 1eV$
$N = 1324$ $\qquad$ für $E_o = 0.5eV$
Verzeichnungskoeffizienten
$(u|u^2\bar{u}) = -0.0141$ $\qquad$ $(u|u^3\bar{u}^2) = 0.0152$
Damit bleibt die maximale relative Verzeichnung unter 1.6%.
Kardinalelemente : (Linsenmitte z = 0)
$V_1/b = -85.95$; $V_2/b = 85.95$; $v/b = 179.5$

9.3 Filterlinse mit hoher Bildpunktzahl

Filterlinsen mit hoher Bildpunktzahl erhält man unter Inkaufnahme eines kleinen abbildbaren Bereichs nach Kapitel 8.1 mit rechteckig geformtem Elektrodenquerschnitt für grosse Werte des Filterparameters m.
Fordert man zusätzlich $U_A > 9kV$, gilt für $\eta_m < 0.656\ 10^{-3}$ bei $\phi_s = 5.9V$. Es wird eine symmetrische Anordnung mit $h/b = 40.$ und $d/b = 5.$ vorgeschlagen.
Eigenschaften bei $\phi_s = 5.9V$:

$\eta_m = 0.621 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\gamma = 0.088 \cdot 10^{-3}$
$U_A = 9.5kV$ $\qquad$ $U_M = 5.064\ V$

$r_a/b = 0.06$

$N = 2010$ für $E_o = 1eV$

$N = 4714$ für $E_o = 0.5eV$

$(u|u^2\bar{u}) = 8.86$ $(u|u^3\bar{u}^2) = -882.4$

Die maximale relative Verzeichnung liegt unter 2.1%.

Kardinalelemente : (Linsenmitte z = 0)

$V_1/b = -0.6359$; $V_2/b = 0.6359$; $v/b = 1.59$

9.4 Filterlinse mit mittlerem abbildbaren Bereich und Bildpunktzahl

Aus den Abbildungen 32 und 33 lässt sich eine symmetrische Anordnung mit T-förmiger Mittelelektrode mit einem abbildbaren Bereich von etwa dem halben Bohrungsdurchmesser der Mittelelektrode und mindestens 1000 Bildpunkten bei $\phi_s = 5.9V$ entnehmen.

$h/b = 94.34$; $d/b = 3.73$; $a/b = 12.26$; $c/b = 11.32$

$\eta_m = 0.853 \cdot 10^{-3}$ $\delta = 0.324 \cdot 10^{-4}$

$U_A = 6.91kV$ $U_M = 5.68V$

$r_a/b = 0.46$

$N = 1060$ für $E_o = 1eV$

$N = 2196$ für $E_o = 0.5eV$

$(u|u^2\bar{u}) = 0.343$ $(u|u^3\bar{u}^2) = -2.02$

Damit liegt die maximale relative Verzeichnung unter 1.5%.

Kardinalelemente : (Linsenmitte z = 0)

$V_1/b = -4.96$; $V_2/b = 4.96$; $v/b = 34.93$

Zusammenfassung

Filter- und Abbildungseigenschaften von elektrostatischen Filterlinsen mit drei Elektroden bei Betrieb im 2. Brechkraftmaximum wurden in Abhängigkeit von Elektrodenkonturen und -anordnung systematisch untersucht. Die Potentialverteilung wurde durch numerische Lösung der Laplace-Gleichung mittels Differenzenverfahren mit verschiedenen Maschenweiten nach der Methode der sukzessiven Überrelaxation berechnet. Die Potentialverteilung im Überlappungsbereich von Gebieten mit verschiedener Maschenweite wurde mittels kubischer Spline-Funktionen stetig differenzierbar angeschlossen. Die elektronenoptischen Eigenschaften wurden aus numerischen Lösungen der Bewegungsgleichung für nichtrelativistische Elektronen in elektrostatischen Feldern gewonnen.

Es wird ein numerisch stabiles Verfahren zur Berechnung von Bildfehlerkoeffizienten höherer Ordnung aus Lösungen der Bewegungsgleichung angegeben.

Als Gütekriterien für Filterlinsen werden Bildpunktzahl und abbildbarer Bereich bei gleichem Filterparameter, d.h. gleicher relativer Überschussenergie im Sattelpunkt eingeführt. Bildpunktzahl und abbildbarer Bereich werden direkt aus Lösungen der Bewegungsgleichung mit geeignet gewählten Anfangsbedingungen berechnet. Als Mass für die Grösse des abbildbaren Bereichs wird derjenige Durchmesser des Zwischenbildes definiert, innerhalb dessen der Radius des Fehlerscheibchens kleiner als das Zehnfache des Scheibchenradius auf der Achse bleibt. Die Berechnung der Bildpunktzahl wurde ohne Berücksichtigung einer Intensitätsverteilung im Fehlerscheibchen und abweichend von der üblichen Definition der Auflösung vorgenommen. Daher können sich im günstigsten Fall die angegebenen Bildpunktzahlen verdoppeln. Der Filterparameter, die Bildpunktzahl, der abbildbare Bereich und einige der Bildfehlerkoeffizienten wurden in Abhängigkeit von den geometrischen Parametern der Elektrodenkonfiguration in Diagrammen und Tabellen dargestellt, aus denen sich die zur Konstruktion einer Filterlinse

notwendigen Daten entnehmen lassen. Die Ergebnisse zeigen, dass in der Regel Konfigurationen mit hoher Bildpunktzahl bei gleichem Filterparameter η_m einen kleinen abbildbaren Bereich haben, während umgekehrt Konfigurationen mit grossem abbildbaren Bereich geringere Bildpunktzahlen aufweisen.

Für eine Reihe von Filterlinsen mit kompliziert gestalteten Elektroden wurde gezeigt, dass sie durch Linsen einfacherer Bauart mit äquivalenten Eigenschaften ersetzt werden können. Forderungen nach hoher Bildpunktzahl, grossem abbildbaren Bereich und kleinem Filterparameter lassen sich im allgemeinen nicht gleichzeitig erfüllen.

Unter den in der vorliegenden Arbeit untersuchten Filterlinsen war keine, für die der Wert $N(\eta_m)^{-1/2} r_a/b$ bei $\varepsilon_o = 0.169$ den Wert $2.1\ 10^4$ überstiegen hätte.

Es werden vier Filterlinsen mit verschiedenen Anforderungen vorgeschlagen.

Herrn Prof. Dr. F. Lenz möchte ich herzlich für die Anregung und Förderung sowie die kritische Durchsicht der Arbeit danken. Mein Dank gilt ferner den Herren Prof. Dr. E. Kasper, Dr. H. Hoch und Dr. D. Kern für wertvolle Diskussionen.

Dem Zentrum für Datenverarbeitung der Universität Tübingen danke ich für Überlassung von Rechenzeit sowie der Studienstiftung des Deutschen Volkes für ihre Unterstützung.

Anmerkung:

Die Untersuchung der von Möllenstedt und Rang (1951) verwendeten Filterlinse nach den in der vorliegenden Arbeit eingeführten Kriterien ergab für $\varepsilon_o = 0.169$ 244 Bildpunkte und für den Radius des abbildbaren Bereichs $r_a/b = 0.1$. Die Autoren haben die Abbildungsgüte dieser Linse durch Wiedergabe eines Bildes mit 200 Bildpunkten je Durchmesser erbracht.

Literatur

Beaufils, R. (1959), Compt. Rend. Acad. Sci. Paris 248, 3145

Boersch, H. (1947), Z. Naturforschg. 2a, 615

Boersch, H. (1948), Naturwiss. 35, 26

Boersch, H. (1949), Optik 5, 436

Böhmer, K. (1974), Spline-Funktionen, Teubner-Studienbücher

Borries, B. v. (1949), Z. Naturforschung 4a, 51

Campbell, F. J. (1967), Dissert. University of Arizona

Carre, B. A. (1961), The Computer Journal 4, 73

Egerton, R. F. (1976), Phil. Mag. 34, No. 1, 49

Enge, H. A. (1967), Focusing of Charged Particles II, ed. by A. Septier, Academic Press London, 203

Frieser, H. und Klein, E. (1958), Mitteilungen aus den Forschungslaboratorien der Agfa Leverkusen-München, Springer-Verlag Berlin, 121

Glaser, W. und Schiske, P. (1954), Optik 11, 422

Hahn, E. (1959), Exp. Technik d. Physik VII, Heft 6, 258

Hahn, E. (1961), Jenaer Jahrbuch II, 325

Hahn, E. (1964), Jenaer Jahrbuch, 217

Heise, F. (1949), Optik 5, 479

Kasper, E. (1974), Berechnung elektromagnetischer Felder, Vorlesung an der Universität Tübingen, SS 1974

Kasper, E. (1976), Optik 46, 271

Kasper, E. (1979), Magnetic Field Calculation and the Calculation of Electron Trajectories in Topics in Current Physics, Magnetic Electron Lens Properties, ed. P. Hawkes, Springer-Verlag

Kowalski, H. (1957), Diplomarbeit, TH Aachen

Lenz, F. (1954), Z. Naturforschg. 9a, 185

Lenz, F. (1957), Habilitationsschrift, Aachen

Lenz, F. (1958), Optik 15, 393

Lenz, F. (1973), Image Processing and Computer-aided Design in Electron Optics, Academic Press, London, 274

Lippert, W. und Pohlit, W. (1952), Optik 9, 456

Lippert, W. (1955), Optik 12, 173

Marton, L. und Leder, L. B. (1954), Phys. Rev. 94, 203

Marton, L. und Leder, L. B. (1955), Characteristic Energy losses of Electrons in Solids ; Advances in Electronics and Electron Physics, Academic Press, New York, Vol. VII

Misell, D. L. (1975), Physical Aspects of Electron Microscopy and Microbeam Analysis, ed. by B. Siegel & D. R. Beaman published by John Wiley & Sons

Möllenstedt, G. und Rang, O. (1951), Z. angew. Physik 3, 187

Munro, E. (1973), Image Processing and Coputer-aided Design in Electron Optics, Academic Press, London, 284

Norrie, D. H. und de Vries, G. (1973), The Finite Element Method, Academic Press, London

Ralston, A. und Wilf, H. S. (1972), Mathematische Methoden für Digitalrechner I, Oldenbourg Verlag, München

Ruthemann, G. (1948), Annalen der Physik (6) 2, 113

Schiekel, M. (1952), Optik 9, 145

Schwertfeger, W. (1974), Dissertation Universität Tübingen

Silcox, J. (1978), 9. Int. Congress on Electron Microscopy, Toronto Vol. III

Simpson, J. A. und Marton, L. (1961), Rev. of Sci. Instr. 32, Nr. 7, 802

Stenzel, W. (1970), Optik 32, 352

Stoer, J. und Burlisch, R. (1972), Einführung in die Numerische Mathematik I, Springer-Verlag, Berlin

Weber, C. (1967), Focusing of Charged Particles I, ed. by A. Septier, Academic Press, London, 45

Wilska, A. P. (1970), Sept. Congr. Int. de Micr. Electr., Grenoble, 29

Lebenslauf

29. 08. 1948	geboren in Prieweg /Niedersachsen. Eltern : Paul Niemitz, Maurer Renate Niemitz geb. Sulzgruber
1955 - 1959	Besuch der Volksschule in Schömberg Kreis Balingen.
1959 - 1967	Besuch des Gymnasiums Balingen.
10. 06. 1967	Reifeprüfung am Gymnasium Balingen.
1967 - 1969	Wehrdienst
1969 - 1974	Studium der Physik an der Eberhard-Karls-Universität in Tübingen.
31. 08. 1974	Eheschliessung mit Doris Irmgard geb. Kremer.
4. 11. 1974	Diplom-Hauptprüfung Diplomarbeit : " Bestimmung des mittleren inneren Potentials von Vanadiumpentoxid aus Reflexions-Kikuchi-Diagrammen " unter Anleitung von Prof. Dr. G. Möllenstedt am Institut für Angewandte Physik der Universität Tübingen.
1975 - 1979	Arbeit an der Dissertation " Theoretische Untersuchung von elektrostatischen Drei-Elektroden-Filterlinsen " unter Anleitung von Prof. Dr. F. Lenz am Lehrstuhl für Theoretische Elektronenphysik der Universität Tübingen.
seit 1977	Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Theoretische Elektronenphysik der Universität Tübingen, Wahrnehmung von Lehraufträgen für Übungen zur Theoretischen Mechanik, Mitarbeit an Forschungsaufgaben des Lehrstuhls für Theoretische Elektronenphysik.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren und Dozenten :

Physik

M. Baumann, W. Braunbek, K. -H. Gaukler, F. Gönnenwein, D. Höhn, C. Jönsson, J. Kalus, E. Kasper, H. Krüger, F. Lenz, G. Mack, H. Mitter, G. Möllenstedt, R. Mühleisen, H. Pfister, R. Schief, H. Seiler, J. Sommer, R. Speidel, H. Stumpf, F. Wahl.

Mathematik

W. Beekmann, H. Fischer, K. -P. Hadeler, K. Radbruch, A. Wolf, K. Zeller.

Chemie

W. Kraus, W. Rüdorff.

Herstellung:
Sprint-Druck GmbH
7000 Stuttgart-30
Wienerstr. 117, Tel. 81 26 69

Herstellung:
Sprint-Druck GmbH
7000 Stuttgart-30
Wienerstr. 117, Tel. 81 26 69